

Задачи на сообразительность

Задание №20 ЕГЭ по математике содержит задачу на сообразительность. Задачи в этом разделе более интуитивно понятно, нежели в 19 задании ЕГЭ, но тем не менее достаточно сложны для обычного школьника. Итак, перейдем к рассмотрению типовых вариантов.

Разбор типовых вариантов заданий №20 ЕГЭ по математике базового уровня

Первый вариант задания (демонстрационный вариант 2018)

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- *за 2 золотых монеты получить 3 серебряных и одну медную;*
- *за 5 серебряных монет получить 3 золотых и одну медную.*

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 50 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Алгоритм выполнения:

1. Ввести условные обозначения.
2. Записать данные задачи с помощью условных обозначений.
3. Логически рассуждая определить неизвестное.

Решение:

По условию золотых монет не появилось, значит все полученные после осуществления второй операции золотые монеты, Николай обменял с помощью первой операции. Золотые монеты можно менять только по 2 штуки, следовательно, вторых операций было четное число.

Введем обозначение, пусть вторых операций было $2n$ (число всегда четное).

Если применить вторую операцию получим:

$$5 \cdot 2n \text{ серебряных обменяли на } 3 \cdot 2n \text{ золотых} + 2n \text{ медных.}$$

Все золотые монеты были обменяны в ходе первой операции. За одну операцию можно обменять сразу 2 золотые монеты, значит, всего операций будет совершено $(3 \cdot 2n)/2 = 3n$. То есть

$$3 \cdot 2n \text{ золотых обменяли на } 3 \cdot 3n \text{ серебряных} + 3n \text{ медных.}$$

Или после преобразования:

$$3 \cdot 2n \text{ золотых обменяли на } 9n \text{ серебряных} + 3n \text{ медных}$$

Сопоставим результаты первой и второй операции:

$$5 \cdot 2n \text{ серебряных обменяли на } 3 \cdot 2n \text{ золотых} + 2n \text{ медных.}$$

$$3 \cdot 2n \text{ золотых обменяли на } 9n \text{ серебряных} + 3n \text{ медных}$$

Получим

$$5 \cdot 2n \text{ серебряных обменяли на } 9n \text{ серебряных} + 3n \text{ медных} + 2n \text{ медных}$$

Или

$$10n \text{ серебряных обменяли на } 9n \text{ серебряных} + 5n \text{ медных}$$

Если, обменяв $10n$ серебряных монет, получим $9n$ серебряных монет, то количество серебряных монет у Николая уменьшилось на n . Из последнего выражения видно, что Николай получил $5n$ медных монет, а по условию появилось 50 медных, то есть $5n = 50$.

$$n = 10$$

Ответ: 10

Второй вариант задания

Маша и Медведь съели 100 печений и банку варенья, начав и закончив одновременно. Сначала Маша ела варенье, а Медведь — печенье, но в какой-то момент они поменялись. Медведь и то, и другое ест в три раза быстрее Маши. Сколько печений съел Медведь, если варенья они съели поровну?

Алгоритм выполнения:

1. Определить, кто и во сколько раз дольше ел печенье.
2. Определить, кто и во сколько раз дольше ел варенье.
3. Сопоставить результаты.
4. Найти неизвестное.

Решение:

1. Так как варенье и Маша, и Медведь съели поровну, и при этом Медведь ел варенье в 3 раза быстрее, то Маша ела варенье (свою половину) в 3 раза дольше, чем Медведь (такую же половину).

2. Тогда получается, что Медведь ел печенья в 3 раза дольше Маши и к тому же ел их в 3 раза быстрее, то есть, на одно съеденное Машей печенье приходилось $3 \cdot 3 = 9$ печений, съеденных Медведем.
3. В сумме эти печенья составляют $1 + 9 = 10$ и таких сумм в 100 печеньях ровно $100 : 10 = 10$.
4. Значит, Маша съела 10 печений, а Медведь $9 \cdot 10 = 90$.

Ответ: 90

Третий вариант задания

Маша и Медведь съели 51 печенье и банку варенья, начав и закончив одновременно. Сначала Маша ела варенье, а Медведь — печенья, но в какой-то момент они поменялись. Медведь и то, и другое ест в четыре раза быстрее Маши. Сколько печений съел Медведь, если варенья они съели поровну?

Алгоритм выполнения:

1. Определить, кто и во сколько раз дольше ел печенье.
2. Определить, кто и во сколько раз дольше ел варенье.
3. Сопоставить результаты.
4. Найти неизвестное.

Решение:

1. Так как варенье и Маша, и Медведь, съели поровну, и при этом Медведь ел варенье в 4 раза быстрее, то Маша ела варенье (свою половину) в 4 раза дольше, чем Медведь (такую же половину).
2. Тогда получается, что Медведь ел печенья в 4 раза дольше Маши и к тому же ел их в 4 раза быстрее, то есть, на одно съеденное Машей печенье приходилось $4 \cdot 4 = 16$ печений, съеденных Медведем.
3. В сумме эти печенья составляют $1 + 16 = 17$ и таких сумм в 51 печеньях ровно $51 : 17 = 3$.
4. Значит, Маша съела 3 печенья, а Медведь $3 \cdot 16 = 48$.

Ответ: 48

Четвертый вариант задания

Если бы каждый из двух сомножителей увеличили на 1, их произведение увеличилось бы на 11. На самом деле каждый из двух сомножителей увеличили на 2. На сколько увеличилось произведение?

Алгоритм выполнения:

1. Ввести условные обозначения.
2. Записать первое условие с помощью условных обозначений.
3. Преобразовать полученное выражение.
4. Записать с помощью условных обозначений второе условие.
5. Преобразовать полученное выражение.
6. Найти неизвестное.

Решение:

Пусть первый сомножитель равен a , а второй b , их произведение равно ab .

При увеличении этих сомножителей на 1 их произведение возрастает на 11, то есть,

$(a+1)(b+1) = ab + 11$ Перенесем произведение ab в левую часть с противоположным знаком и раскроем скобки перемножив.

$$(a+1)(b+1) - ab = 11$$

$$ab + a + b + 1 - ab = 11$$

$$a + b = 10$$

Теперь аналогично вычислим, на сколько увеличится произведение, если сомножители увеличить на 2 и подставим уже известное нам $a + b = 10$:

$$\begin{aligned} (a+2)(b+2) - ab &= ab + 2a + 2b + 4 - ab = \\ &= 2(a+b) + 4 = 2 \cdot 10 + 4 = 24 \end{aligned}$$

Ответ: 24

Пятый вариант задания

Если бы каждый из двух сомножителей увеличили на 1, их произведение увеличилось бы на 3. На самом деле каждый из двух сомножителей увеличили на 5. На сколько увеличилось произведение?

Алгоритм выполнения:

1. Ввести условные обозначения.
2. Записать первое условие с помощью условных обозначений.
3. Преобразовать полученное выражение.
4. Записать с помощью условных обозначений второе условие.
5. Преобразовать полученное выражение.
6. Найти неизвестное.

Решение:

Пусть первый сомножитель равен a , а второй b , их произведение равно ab .

При увеличении этих сомножителей на 1 их произведение возрастает на 3, то есть,

$$(a+1)(b+1) = ab + 3$$

Перенесем произведение ab в левую часть с противоположным знаком и раскроем скобки перемножив.

$$(a+1)(b+1) - ab = 3$$

$$ab + a + b + 1 - ab = 3$$

$$a + b = 2$$

Теперь аналогично вычислим, на сколько увеличится произведение, если сомножители увеличить на 5 и подставим уже известное нам $a + b = 2$:

$$(a+5)(b+5) - ab = ab + 5a + 5b + 25 - ab =$$

$$= 5(a+b) + 25 = 5 \cdot 2 + 25 = 35$$

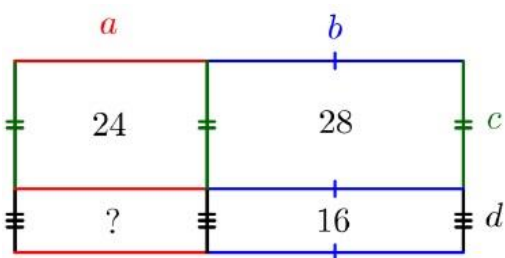
Ответ: 35

Вариант двадцатого задания 2017

Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя перпендикулярными отрезками. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.

| | |
|----|----|
| 24 | 28 |
| ? | 16 |

Перерисуем прямоугольник в удобном для нас виде:



Теперь составим уравнения с помощью формулы периметра прямоугольника:

$$\begin{aligned}2a + 2c &= 24; & 2b + 2c &= 28; & 2b + 2d &= 16; \\ & & 2a + 2d &= X. \\ 2a &= 24 - 2c; & 2b &= 28 - 2c; & 2d &= 16 - (28 - 2c); \\ & & & & 24 - 2c + 16 - (28 - 2c) &= 12.\end{aligned}$$

Ответ: 12