Издательство «Легион»

Этапы развития экономической задачи в профильном ЕГЭ по математике

Дерезин Святослав Викторович

25 ноября 2022 г.

План семинара

- Введение экономической задачи в профильный ЕГЭ в 2014–2015 гг.
- Некоторые интересные экономические задачи в ЕГЭ 2016–2021 гг.
- Экономические задачи в ЕГЭ–2022
- Перспективы ЕГЭ–2023

1. 20 декабря 2015 года Сергей Михайлович взял в банке 800 000 рублей в кредит. План выплаты кредита такой: 20 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Сергей Михайлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Сергей Михайлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 360 000 рублей?

Решение:

Очевидно, что чем больше Сергей Михайлович будет выплачивать в месяц, тем быстрее он погасит кредит. Поэтому предположим, что первые месяцы Сергей Михайлович будет выплачивать ровно по 360 000 рублей, а в последний месяц эта сумма может оказаться меньше.

Через месяц после того, как кредит был взят, в результате начисления процентов Сергей Михайлович окажется должен $1{,}02 \cdot 800\,000 = 816\,000$ рублей, а после ежемесячной выплаты эта сумма составит $816\,000 - 360\,000 = 456\,000$ рублей. Ещё через месяц размер долга возрастёт до $1{,}02 \cdot 456\,000 = 465\,120$ рублей и после очередной выплаты уменьшится до $105\,120$ рублей. Наконец, ещё через месяц этот долг возрастёт до $1{,}02 \cdot 105\ 120 = 107\,222{,}4$ рубля, и Сергей Михайлович погасит кредит.

Таким образом, минимальное количество месяцев, на которое Сергей Михайлович может взять кредит, равно 3.

Ответ: 3 месяца.

Старые критерии

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ получен верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

2. 15 мая был выдан кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения. Текущий долг выражается в процентах от кредита.

Дата	15.05	15.06	15.07	15.08	15.09	15.10
Текущий долг	100%	80%	60%	40%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с мая, текущий долг увеличивается на 5%, а выплаты по погашению кредита должны происходить в первой половине каждого месяца, начиная с июня. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Решение:

Ежемесячная выплата складывается из выплаты части полученного кредита и выплаты процентов за обслуживание кредита, начисленных банком на оставшуюся сумму долга.

Общая сумма выплат больше суммы самого кредита на сумму выплаченных процентов за обслуживание кредита.

Посчитаем сумму выплаченных процентов.
В июне предприниматель выплатит $100\% \cdot 0{,}05$ от кредита,
в июле — $80\% \cdot 0{,}05$ от кредита,
в августе — $60\% \cdot 0{,}05$ от кредита,
в сентябре — $40\% \cdot 0{,}05$ от кредита,
в октябре — $20\% \cdot 0{,}05$ от кредита.

Всего предприниматель за обслуживание кредита выплатит

$0{,}05\cdot100\%+0{,}05\cdot80\%+\ldots+0{,}05\cdot20\% = 0{,}05(100\%+80\%+60\%+40\%+$
$+20\%) = 0{,}05 \cdot 300\% = 15\%.$

Ответ: 15.

3. Первичная информация распределяется по серверам 1 и 2 и обрабатывается на них. С сервера 1 при объёме ω^2 Гбайт входящей в него информации выходит 3ω Гбайт, а с сервера 2 при объёме ω^2 Гбайт входящей в него информации выходит 4ω Гбайт обработанной информации. Определите наибольший общий объём выходящей информации, если общий объём входящей информации равен 225 Гбайт.

Решение:

Пусть на первый сервер входит x Гбайт, а на второй — y Гбайт информации. По условию $x + y = 225$, $y = 225 - x$. Учитывая указанную в условии зависимость между объёмами входящей и выходящей информации для серверов 1 и 2, получаем, что объём выходящей информации будет равен $\Omega = \Omega(x) = 3\sqrt{x} + 4\sqrt{y} = 3\sqrt{x} + 4 \cdot \sqrt{225 - x}$.

Найдём наибольшее значение $\Omega(x)$ с помощью производной.

$$\Omega'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{4}{2 \cdot \sqrt{225 - x}}.$$

$$\Omega'(x) = 0, \text{ если } \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{4}{\sqrt{225 - x}}, \quad \frac{9}{x} = \frac{16}{225 - x}, \; 9 \cdot (225 - x) = 16x,$$

$$9 \cdot 225 = 25x, \quad x = 81.$$

Заметим, что $\Omega'(x) > 0$ при $x < 81$ и $\Omega'(x) < 0$ при $x > 81$, поэтому в точке $x = 81$ будет наибольшее значение.

$$\Omega(81) = 3 \cdot \sqrt{81} + 4 \cdot \sqrt{225 - 81} = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 12 = 75 \text{ (Гбайт)}.$$

Ответ: 75 Гбайт.

4. Валентин взял в банке кредит в размере 1 млн рублей на 2 года. По договору он должен возвращать часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 1%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Валентином банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Валентином, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму вернёт банку Валентин после полного погашения кредита? Ответ дайте в миллионах рублей.

Ответ: 1,125 млн рублей.

5. Крупный предприниматель является владельцем двух заводов, расположенных на противоположных берегах реки. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном на левом берегу, используются более современные технологии. В результате если рабочие на правом берегу трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $3t$ единиц товара. Если же рабочие на левом берегу трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $5t$ единиц товара. На обоих заводах за каждый час работы рабочему платят 300 рублей. Какую наименьшую сумму надо заплатить рабочим за неделю, чтобы произвести за эту неделю 340 единиц товара? Ответ укажите в рублях.

Решение:

Пусть на правом берегу суммарное рабочее время за неделю равно x^2, а на левом берегу — y^2 часов.

Тогда, согласно условию задачи, рабочие произведут соответственно $3x$ и $5y$ единиц продукции. Поэтому $3x + 5y = 340$. Отсюда получаем: $y = \dfrac{340 - 3x}{5}$.

За эту работу надо будет заплатить рабочим сумму $S = (x^2 + y^2) \cdot 300$.

Модель: досрочный ЕГЭ–2015

Из вышесказанного получаем:

$$S = S(x) = \left(x^2 + \left(\frac{340 - 3x}{5}\right)^2\right) \cdot 300 = \left(\frac{25x^2 + (340 - 3x)^2}{25}\right) \cdot 300 =$$

$$= (25x^2 + (340 - 3x)^2) \cdot 12 = 12 \cdot (34x^2 - 6 \cdot 340x + 340^2).$$

Последнее выражение принимает наименьшее значение в вершине параболы $y = 34x^2 - 6 \cdot 340x + 340^2$, то есть в точке

$x_0 = -\dfrac{-6 \cdot 340}{2 \cdot 34} = 30$. При этом

$$S(30) = \left(30^2 + \left(\frac{340 - 3 \cdot 30}{5}\right)^2\right) \cdot 300 = 1\,020\,000 \text{ (рублей)}.$$

Ответ: 1 020 000.

6. Крупный бизнесмен является владельцем двух заводов, выпускающих одинаковую продукцию. На втором заводе используется более современное оборудование, позволяющее за одинаковое с первым заводом время производить больше продукции, чем на первом заводе. Известно, что если рабочие первого завода трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $2t$ единиц товара. А если рабочие второго завода трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $5t$ единиц товара. На обоих заводах за каждый час работы рабочему платят 500 рублей. Какое наибольшее число единиц продукции можно будет выпустить на обоих заводах при условии, что заработную плату на предстоящую неделю можно будет выплатить в размере 1 450 000 рублей?

Решение:

Пусть суммарное рабочее время за неделю на первом заводе равно x^2, а на втором заводе — y^2 часов.

Тогда, согласно условию задачи, на заводах произведут соответственно $2x$ и $5y$ единиц продукции, а суммарное количество будет $K = 2x + 5y$ (единиц продукции).

За эту работу надо выплатить рабочим сумму $(x^2 + y^2) \cdot 500$ рублей. Так как нужно выплатить 1 450 000 рублей, то получаем уравнение: $(x^2 + y^2) \cdot 500 = 1\,450\,000$.

Отсюда $x^2 + y^2 = 2900$, $y^2 = 2900 - x^2$.

Таким образом, $K = K(x) = 2x + 5y = 2x + 5 \cdot \sqrt{2900 - x^2}$.

Модель: резерв досрочного ЕГЭ–2015

Найдём наибольшее значение K(x) с помощью производной.

$$K'(x) = 2 - \frac{5 \cdot 2x}{2\sqrt{2900 - x^2}}.$$

$$K'(x) = 0, \text{ если } 2 - \frac{5x}{\sqrt{2900 - x^2}} = 0; \quad 2\sqrt{2900 - x^2} = 5x;$$

$$4(2900 - x^2) = 25x^2; \quad 4 \cdot 2900 = 29x^2; \quad x^2 = 400; \quad x = 20.$$

Заметим, что $K'(x) > 0$ при $x < 20$ и $K'(x) < 0$ при $x > 20$, поэтому в точке $x = 20$ будет наибольшее значение.

$$y = \sqrt{2900 - 20^2} = 50,$$

$$K(20) = 2 \cdot 20 + 5 \cdot 50 = 290 \text{ (единиц продукции).}$$

Ответ: 290 единиц продукции.

7. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 18 млн рублей?

Решение:

Пусть кредит планируется взять на n лет. Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$10,\ \frac{10(n-1)}{n}, \ldots,\ \frac{10\cdot 2}{n},\ \frac{10}{n},\ 0.$$

По условию каждый январь долг возрастает на 20%, значит, последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:

$$12,\ \frac{12(n-1)}{n}, \ldots,\ \frac{12\cdot 2}{n},\ \frac{12}{n},\ 0.$$

Модель: ЕГЭ–2015, основная волна

Следовательно, выплаты (в млн рублей) должны быть следующими:

$$2+\frac{10}{n},\ \frac{2(n-1)+10}{n},\ldots,\ \frac{4+10}{n},\ \frac{2+10}{n}.$$

Всего следует выплатить

$$10+2\cdot\left(\frac{n+(n-1)+\ldots+2+1}{n}\right)=10+2\cdot\frac{n+1}{2}=n+11(\text{млн рублей}).$$

Общая сумма выплат равна 18 млн рублей, поэтому $n=7$.

Ответ: 7 лет.

8. Индивидуальный предприниматель за 288 тысяч рублей приобрёл цех по производству носков. Затраты на изготовление x тысяч пар носков в месяц составляют $(x^2 + 6x + 7)$ тысяч рублей. Если продавать одну пару носков по c рублей, то прибыль от продажи x тысяч пар носков в месяц составит $cx - (x^2 + 6x + 7)$ тысяч рублей $(c > 6)$. Предприниматель имеет возможность изготавливать и продавать такое количество пар носков, которое обеспечивает наибольшую прибыль. При каком наименьшем значении c предприниматель окупит затраты на покупку цеха не более чем за 32 месяца?

Решение:

По условию прибыль $P(x)$ от продажи x тысяч пар носков в месяц находится по формуле $P(x) = cx - (x^2 + 6x + 7) = -x^2 + (c - 6)x - 7$.

Наибольшее значение квадратичная функция принимает при $x = \dfrac{c-6}{2}$. $P\left(\dfrac{c-6}{2}\right) = -\left(\dfrac{c-6}{2}\right)^2 + (c-6)\dfrac{c-6}{2} - 7 = \dfrac{(c-6)^2}{4} - 7$.

Так как надо окупить затраты не более чем за 32 месяца, то $32\left(\dfrac{(c-6)^2}{4} - 7\right) \geqslant 288$, $\dfrac{(c-6)^2}{4} - 7 \geqslant 9$, $(c-6)^2 \geqslant 64$. Так как $c - 6 > 0$, то $c - 6 \geqslant 8$, $c \geqslant 14$.

Наименьшее значение c равно 14.

Ответ: 14.

9. В июле 2017 года был взят кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг	S	0,7S	0,4S	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 3 млн рублей.

Решение:

Пусть S — сумма кредита; x_1, x_2, x_3 — выплаты с февраля по июнь каждого года. Начисление 25% соответствует умножению на коэффициент $1 + \dfrac{25}{100} = 1{,}25$. Составим уравнения, которые соответствуют графику погашения кредита:

$$
\begin{aligned}
2018 \text{ г.}: &\quad 1{,}25S - x_1 = 0{,}7S,\\
2019 \text{ г.}: &\quad 1{,}25 \cdot 0{,}7S - x_2 = 0{,}4S,\\
2020 \text{ г.}: &\quad 1{,}25 \cdot 0{,}4S - x_3 = 0.
\end{aligned}
$$

Модель: ЕГЭ–2016, основная волна

Таким образом, выплаты с февраля по июнь каждого года составляют

$$x_1 = 0{,}55S;\ \ x_2 = 0{,}475S;\ \ x_3 = 0{,}5S.$$

Наименьшая из выплат должна быть больше 3 млн рублей:

$$0{,}475S > 3,\ \ S > 3\cdot\frac{1000}{475},\ \ S > 3\cdot\frac{40}{19},\ \ S > 6\frac{6}{19}.$$

Наименьшим целым числом, удовлетворяющим последнему неравенству, является $S = 7$.

Ответ: 7.

10. В июле 2020 года был взят кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Известно, что если ежегодно выплачивать по 50 000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 82 000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года.

Найдите число r.

Модель: ЕГЭ–2017, основная волна

Решение:

Пусть сумма кредита равна S рублей, ежегодная выплата равна x рублей, $q = 1 + \frac{r}{100}$ — процентный коэффициент. По условию долг на июль меняется следующим образом:

июль 2021: $S_1 = qS - x$,

июль 2022: $S_2 = qS_1 - x = q^2S - (q + 1)x$,

июль 2023: $S_3 = qS_2 - x = q^3S - (q^2 + q + 1)x$

июль 2024: $S_4 = qS_3 - x = q^4S - (q^3 + q^2 + q + 1)x = q^4S - \frac{(q^4 - 1)x}{q - 1}$.

Модель: ЕГЭ–2017, основная волна

Если долг выплачен двумя равными платежами x_2, то $S_2 = 0$. Тогда

$$q^2S - (q+1)x_2 = 0, \quad S = \frac{(q+1)x_2}{q^2}.$$

Если долг выплачен четырьмя равными платежами x_4, то $S_4 = 0$. Тогда

$$q^4S - \frac{(q^4-1)x_4}{q-1} = 0, \quad S = \frac{(q^4-1)x_4}{q^4(q-1)}.$$

Исключив из уравнений сумму кредита S, получим

$$\frac{(q+1)x_2}{q^2} = \frac{(q^4-1)x_4}{q^4(q-1)}, \quad q^2 = \frac{x_4}{x_2 - x_4}.$$

По условию $x_4 = 50\,000$, $x_2 = 82\,000$. Значит

$$q^2 = \frac{50\,000}{82\,000 - 50\,000} = \frac{25}{16}, \quad q = \frac{5}{4} = 1{,}25, \quad r = 25\%.$$

Ответ: 25.

11. 15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 500 тысяч рублей на 31 месяц. Условия возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа 30-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
— к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Решение:

По условию, за первые 30 месяцев долг должен равномерно уменьшиться на $500 - 200 = 300$ (тыс. рублей), значит, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$500;\ \ 490;\ \ 480;\ \ \ldots;\ \ 210;\ \ 200;\ \ 0.$$

Первое число каждого месяца долг возрастает на 2%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на 1-е число такова:

$$510;\ \ 499{,}8;\ \ \ldots;\ \ 214{,}2;\ \ 204.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$10+10;\quad 9{,}8+10;\quad \ldots;\quad 4{,}2+10;\quad 204.$$

Значит, всего следует выплатить

$30\cdot\dfrac{20+14{,}2}{2}+204=717$ (тыс. рублей).

Ответ: 717 000 рублей.

12. У Леонида Игоревича есть 60 миллионов рублей. Он планирует часть этих денег вложить в некоторый проект на год, а остаток суммы положить на счёт в банке. Согласно условиям вклада, через год банк увеличит вложенную сумму на 21%. Если вложить в проект $\frac{2m^2}{33}$ рублей, к моменту окончания срока проекта Леонид Игоревич получит m рублей. Какую наибольшую сумму (в млн рублей) может получить Леонид Игоревич суммарно через год?

Решение:

Пусть Леонид Игоревич вложит в проект $\frac{2x^2}{33}$ миллионов рублей, тогда к моменту окончания срока проекта он получит x рублей. На счёт в банке он положит $\left(60 - \frac{2x^2}{33}\right)$ миллионов рублей, тогда через год на банковском вкладе будет сумма $\left(60-\frac{2x^2}{33}\right)\cdot 1{,}21$ миллионов рублей. Суммарно через год Леонид Игоревич получит $x + \left(60 - \frac{2x^2}{33}\right) \cdot 1{,}21$ миллионов рублей.

Рассмотрим функцию $f(x) = x + \left(60 - \dfrac{2x^2}{33}\right) \cdot 1{,}21$, где $x \in [0; 60]$.

$f(x) = -\dfrac{11x^2}{150} + x + 72{,}6$. Эта квадратичная функция принимает

наибольшее значение в точке $x = \dfrac{75}{11}$, $x \in [0; 60]$.

$$f\left(\frac{75}{11}\right) = -\frac{11 \cdot \left(\frac{75}{11}\right)^2}{150} + \frac{75}{11} + 72{,}6 = 76\frac{1}{110}.$$

Ответ: $76\dfrac{1}{110}$.

13. В мае 2024 года Роман Матвеевич планирует взять кредит на развитие бизнеса на три года в размере 1 600 000 рублей. Условия его возврата такие:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по апрель каждого года нужно выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2025 и 2026 годах должны быть равными;

— к маю 2027 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2 637,5 тыс. рублей. Сколько тыс. рублей составит платеж Романа Матвеевича в 2026 году?

Решение:

Пусть платежи в 2025 и 2026 годах составят по x тыс. рублей.

В январе 2025 года долг будет равен $1600 \cdot 1{,}25 = 2000$ тыс. рублей, а в мае $2000 - x$ тыс. рублей.

В январе 2026 года долг будет равен $(2000 - x) \cdot 1{,}25 = 2500 - 1{,}25x$ тыс. рублей, а в мае $2500 - 2{,}25x$ тыс. рублей.

В январе 2027 года долг будет равен $(2500 - 2{,}25x) \cdot 1{,}25 = 3125 - 2{,}8125x$ тыс. рублей.

По условию, к маю 2027 года долг должен быть выплачен полностью, значит, платеж в 2027 году должен быть равен $(3125 - 2{,}8125x)$ тыс. рублей.

Тогда сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна

$3125 - 2{,}8125x + 2x = 3125 - 0{,}8125x$ тыс. рублей.

$3125 - 0{,}8125x = 2\,637{,}5, \quad 0{,}8125x = 487{,}5, \quad x = 600.$

Платеж Романа Матвеевича в 2026 году составит 600 тыс. рублей.

Ответ: 600 тыс. рублей.

14. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Решение:

По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1;\ 0{,}6;\ 0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}1;\ 0.$$

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен

$$k;\ 0{,}6k;\ 0{,}4k;\ 0{,}3k;\ 0{,}2k;\ 0{,}1k.$$

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$$k - 0{,}6;\ 0{,}6k - 0{,}4;\ 0{,}4k - 0{,}3;\ 0{,}3k - 0{,}2;\ 0{,}2k - 0{,}1;\ 0{,}1k.$$

Общая сумма выплат составляет:

$$k(1 + 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1) - (0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1) =$$

$$= (k - 1)(1 + 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1) + 1 = 2{,}6(k - 1) + 1.$$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей, значит,

$$2{,}6(k - 1) + 1 < 1{,}2;\ \ 2{,}6 \cdot \frac{r}{100} + 1 < 1{,}2;\ \ r < 7\frac{9}{13}.$$

Наибольшее целое решение этого неравенства — число 7. Значит, искомое число процентов — 7.

Ответ: 7.

Новые критерии

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15. Первый банк предлагает открыть вклад с процентной ставкой 8%, второй — 10%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент сделал одинаковые вклады в оба банка. Через два года второй банк уменьшил процентную ставку по вкладу с 10 до P процентов. Ещё через год клиент закрыл оба вклада и забрал все накопившиеся средства. Оказалось, что второй банк принёс ему больший доход, чем первый. Найдите наименьшее целое P, при котором это возможно.

Решение:

Пусть в каждом банке клиент открыл вклад в размере X рублей. Тогда через 3 года на счёте в первом банке будет

$$(1{,}08)^3 X,$$

а на счёте во втором банке будет

$$(1{,}1)^2 \cdot (1 + P/100) X.$$

Перспективная модель: вклады

По условию второй вклад принёс больший доход, это значит, что в момент закрытия на втором счёте было больше средств:

$$(1{,}08)^3 X < (1{,}1)^2 \cdot (1 + P/100)X,$$

$$(1{,}08)^3 < (1{,}1)^2 \cdot (1 + P/100),$$

$$\frac{(1{,}08)^3}{(1{,}1)^2} < 1 + P/100,$$

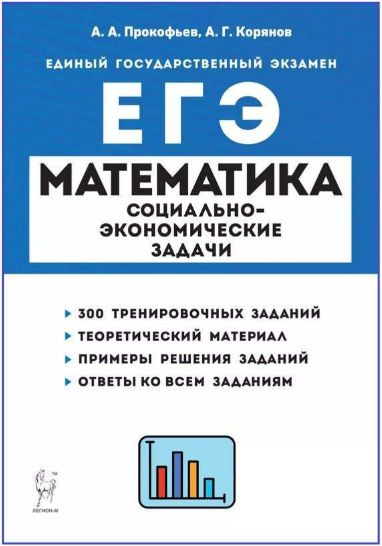
$$1{,}041\ldots < 1 + P/100,$$

$$4{,}1\ldots < P.$$

Наименьшее целое число, удовлетворяющее этому равенству: $P = 5$.

Ответ: 5.

Книги для подготовки к профильному ЕГЭ–2023



Спасибо за внимание!