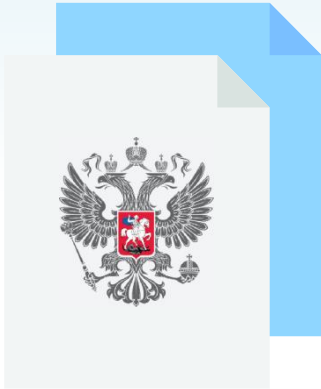


Функциональная грамотность: формирование метапредметных результатов обучения на уроках математики



**Семенко Екатерина Алексеевна –
методист-эксперт регионального
представительства «Юг», к.п.н., доцент
Тел. +7(905)-438-35-42;
E-mail: ESemenko@prosv.ru**





Указ Президента Российской Федерации
**«О национальных целях и стратегических задачах развития
Российской Федерации на период до 2024 года»**

**ОСНОВНЫЕ
НАПРАВЛЕНИЯ**

- Прорывное научно-технологическое и социально-экономическое развитие России на основе современных технологий и обеспеченное высококвалифицированными кадрами
- Повышение уровня жизни, рост реальных доходов, снижение уровня бедности
- Создание комфортных условий для проживания, экология, безопасность, продолжительность жизни
- Создание условий и возможностей для самореализации и раскрытия талантов

СРОКИ РЕАЛИЗАЦИИ: 01.01.2019 – 31.12.2024

ЦЕЛИ:

-  1. Обеспечение глобальной конкурентоспособности российского образования, вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования
-  2. Воспитание гармонично развитой и социально ответственной личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций

<https://edu.gov.ru/national-project/>

МИ

Международные
исследования

Общероссийская оценка по модели PISA

Приказ МИНПРОСВЕЩЕНИЯ N 219,
РОСОБНАДЗОРА приказ N 590, от 06.05.2019

НИКО

Национальные
исследования
качества
образования

НОВОЕ

ВПР

Всероссийские
проверочные работы

ГИА

Государственная
итоговая аттестация

Международные рейтинги качества систем образования опираются на данные исследований PIRLS, TIMSS и PISA



ОСВОЕНИЕ ОСНОВ ЧТЕНИЯ С ЦЕЛЬЮ

- приобретения читательского литературного опыта
- освоения и использования информации

PIRLS –

Progress in International Reading Literacy Study,
4 класс, один раз в 5 лет,
2001, 2006, 2011, 2016, **2021**...



ОСВОЕНИЕ ОСНОВ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ ПРЕДМЕТОВ:

- всех общеобразовательных курсов (4, 8 классы)
- углублённых курсов математики и физики (11 класс)

TIMSS –

Trends in Mathematics and Science Study, 4, 8 и 11 классы, один раз в 4 года
1995,..., 2015, 2019, **2023**...



СФОРМИРОВАННОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ, НАВЫКОВ РАЗРЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ, ГЛОБАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ, КРЕАТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ

PISA –

Programme for International Student Assessment, 15-летние обучающиеся,
один раз в 3 года
2000,..., 2015, 2018, **2021, 2024**...

Российские школьники обладают значительным объемом знаний, но не умеют грамотно пользоваться этими знаниями

Результаты российских учащихся в исследованиях PIRLS, TIMSS, PISA (2015-2016 годы)



Результаты PISA: 15-летние обучающиеся



20 - 30%

Не достигают порогового уровня функциональной грамотности по всем 3-м областям:

- чтению,
- математике,
- естествознанию или отдельным областям



90 - 95%

Не достигают высоких уровней функциональной грамотности:

- способности самостоятельно мыслить
- функционировать в сложных условиях

Оценка качества образования на основе практики международных исследований
Федерального проекта «Современная школа» Национального проекта «Образование»



- ✓ **В каждом регионе – репрезентативная выборка, от 75 до 150 образовательных организаций**
- ✓ **Срок проведения: сентябрь-октябрь**
- ✓ Школьники в возрасте от 15 лет и 3 месяцев до 16 лет и 2 месяцев (с 7-го класса)
- ✓ Оценка проводится на компьютерах
- ✓ В процессе проведения в аудитории присутствуют не менее 2 организаторов

Как формируются группы субъектов:

1. схожие размеры групп по количеству обучающихся
2. представительство всех федеральных округов
3. представительство «сельских» и «городских» регионов

№	Регион 2019 год
1	Республика Саха (Якутия)
2	Республика Бурятия
3	Саратовская область
4	Ульяновская область
5	Вологодская область
6	Кабардино-Балкарская Республика
7	Ставропольский край
8	Иркутская область
9	Томская область
10	Ямало-Ненецкий автономный округ
11	Ивановская область
12	Липецкая область
13	Брянская область
14	Краснодарский край

2020	2021	2022	2023	2024
Сахалинская область	Амурская область	Магаданская область	Камчатский край	Приморский край
Нижегородская область	Пермский край	Чукотский автономный округ	Хабаровский край	Забайкальский край
Чувашская Республика	Кировская область	Оренбургская область	Еврейская автономная область	Самарская область
г. Санкт-Петербург	Удмуртская Республика	Республика Мордовия	Республика Татарстан	Республика Башкортостан
Республика Коми	Республика Марий Эл	Новгородская область	Пензенская область	Ленинградская область
Республика Ингушетия	Мурманская область	Архангельская область	Калининградская область	Республика Карелия
Омская область	Республика Дагестан	Псковская область	Республика Северная Осетия-Алания	Ненецкий автономный округ
Республика Тыва	Красноярский край	Карачаево-Черкесская Республика	Алтайский край	Чеченская Республика
Челябинская область	Новосибирская область	Республика Хакасия	Курганская область	Кемеровская область
Владимирская область	Республика Алтай	Ханты-Мансийский автономный округ	Московская область	Тюменская область
Тульская область	Свердловская область	г. Москва	Ярославская область	Тамбовская область
Воронежская область	Калужская область	Костромская область	Смоленская область	Рязанская область
Волгоградская область	Орловская область	Ростовская область	Белгородская область	Тверская область
				Курская область

Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021 Исследование PISA-2021 проверит математическую грамотность российских школьников.

В рамках исследования PISA-2021 будет использоваться следующее определение:

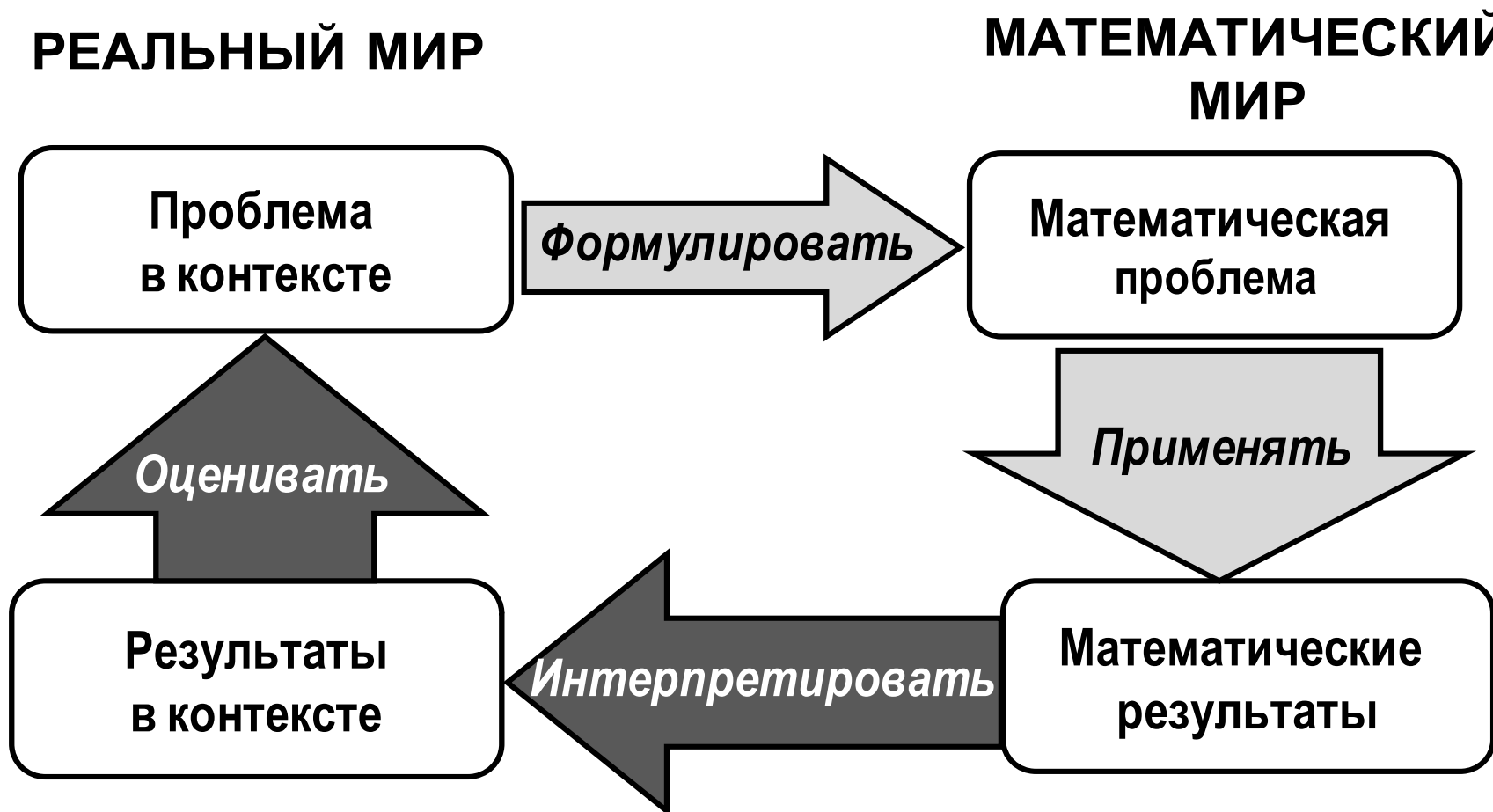
Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке».



Задача в контексте реального мира

<https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978>

Модель математической грамотности. PISA



Компоненты математической грамотности

контекст, в котором представлена проблема;
математическое **содержание**, которое используется в заданиях;
мыслительные **процессы**, которые описывают, познавательную деятельность учащегося, связывает контекст с математикой, необходимой для решения поставленной проблемы

Контексты заданий

При составлении заданий используются 4 категории контекстов:

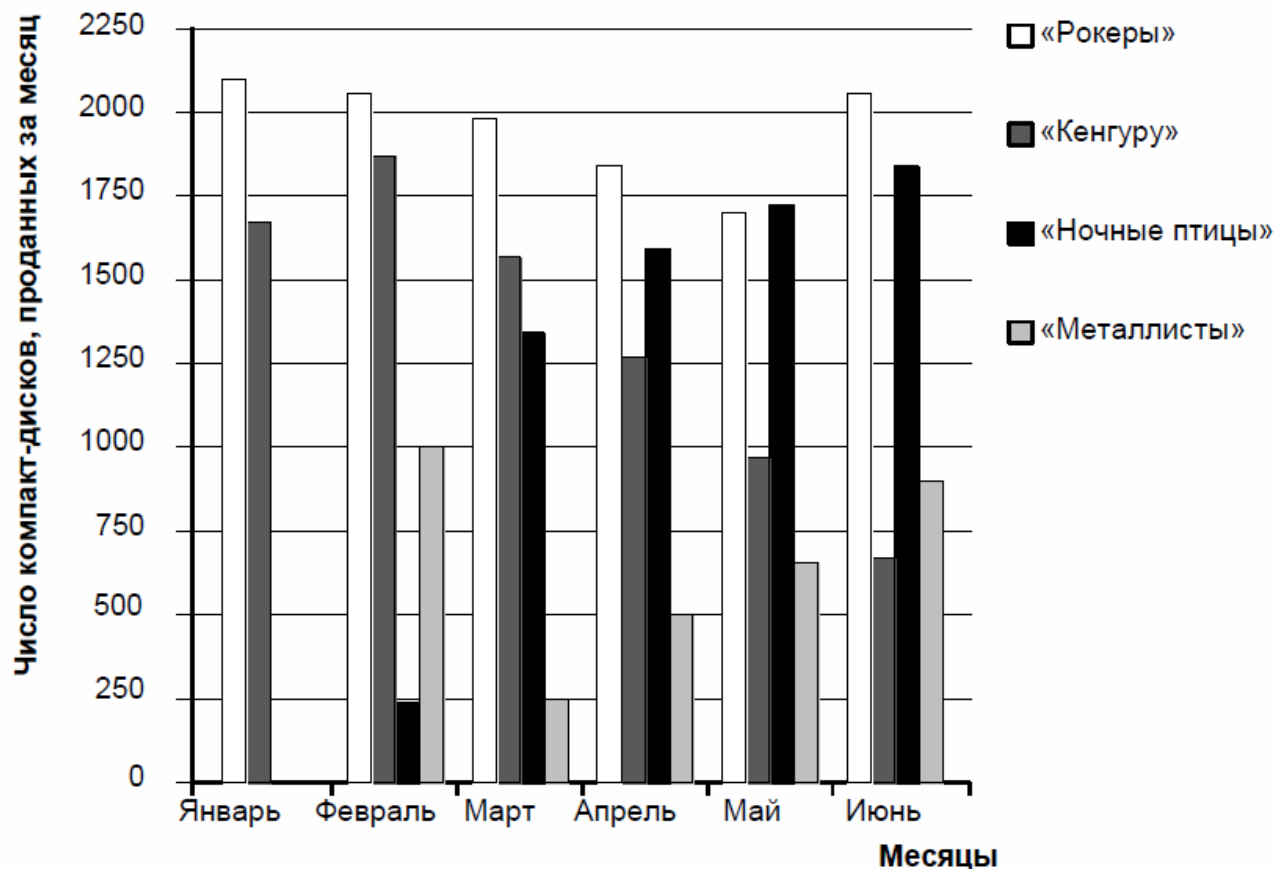
- личная жизнь,
- образование/профессиональная деятельность,
- общественная жизнь
- научная деятельность.

Подлинность в использовании математики – главный аспект планирования и анализа заданий в PISA, который тесно связан с определением математической грамотности.

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.

Продажа компакт-дисков за месяц



Вопрос 1: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?

A 250 B 500 C 1000 D 1270

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Читать столбчатую диаграмму

Область математического содержания:

Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность:

Интерпретировать

Ответ: B 500

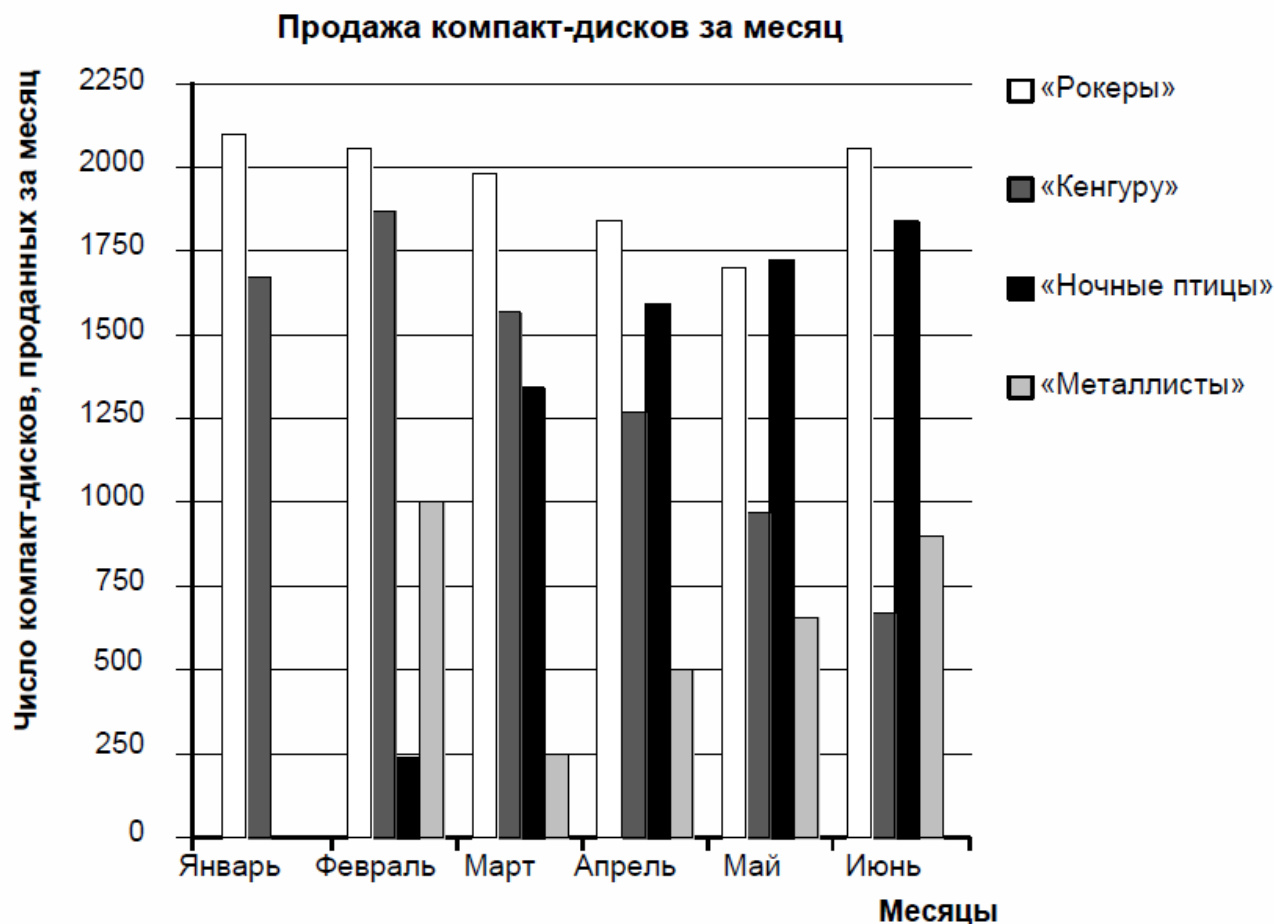
Средний процент выполнения задания по России – 89%

По странам ОЭСР - 87%

Лучший результат – 93%

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Вопрос 2: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?

- A Не было такого месяца
- B Март
- C Апрель
- D Май

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Прочитать столбчатую диаграмму и сравнить высоту двух столбцов

Область математического содержания:

Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность:

Интерпретировать

Ответ: C Апрель

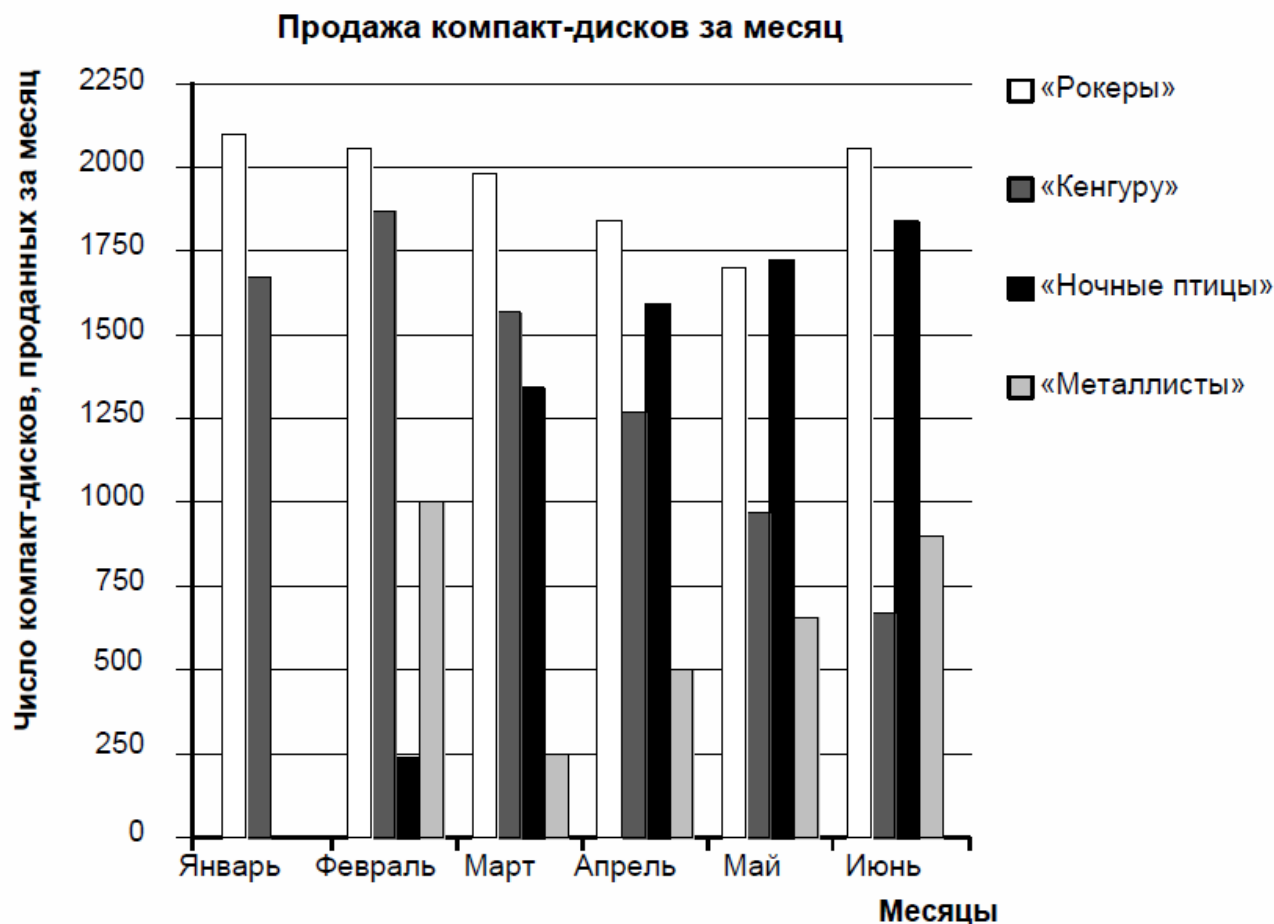
Средний процент выполнения задания по России – 72%

По странам ОЭСР - 80%

Лучший результат – 91%

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Вопрос 3: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь.

Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

A 70 компакт-дисков

B 370 компакт-дисков

C 670 компакт-дисков

D 1340 компакт-дисков

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать столбчатую диаграмму и подсчитать число компакт-дисков, проданных в будущем, полагая, что сохранится линейная тенденция.

Область математического содержания:

Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность:

Интерпретировать

Ответ: B 370 компакт-дисков



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ. ПРИМЕР 2

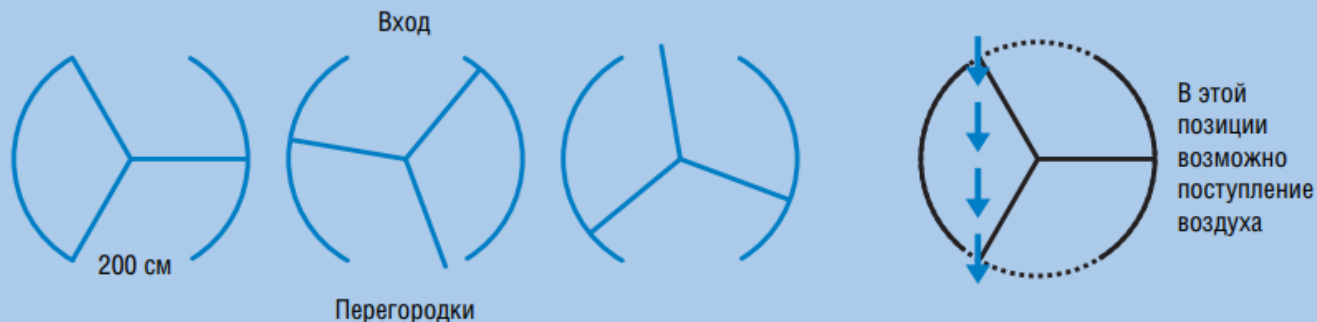
Содержание: область «Пространство и форма»

Вид деятельности: «Формулировать»
(создать модель решения)

Уровень сложности: высший

Вращающаяся дверь

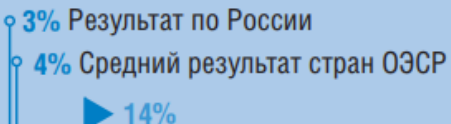
Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



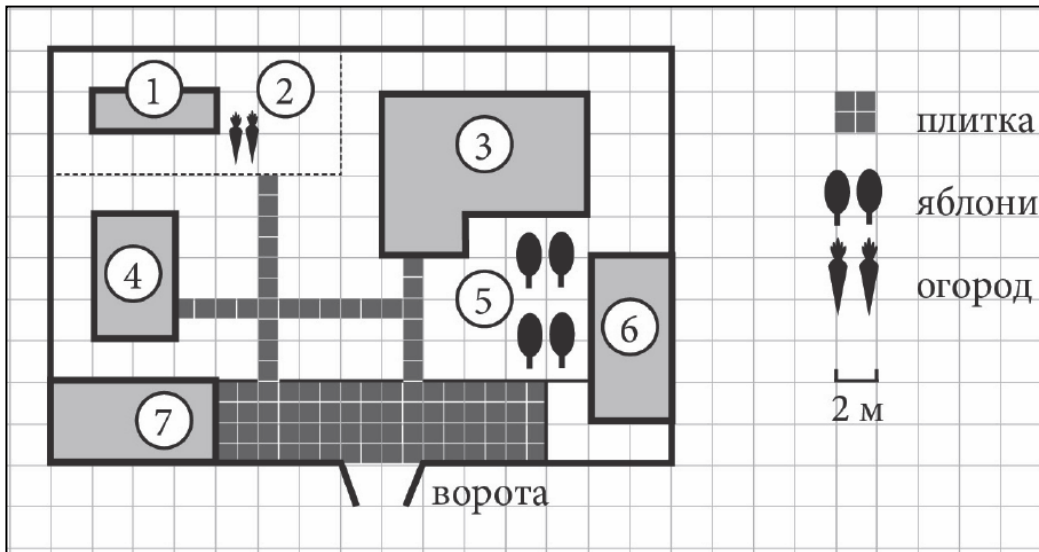
Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся перегородки не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход. Это приведёт либо к нежелательной потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Наибольшая длина дуги: _____ см



Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

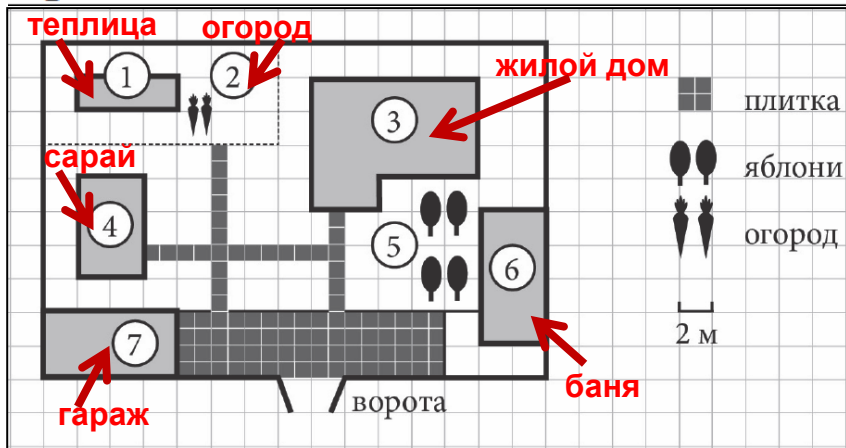


На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение. © АО «Издательство «Просвещение», 2019

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1м×1м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

1

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры	3	4	6	1

Ответ: 3461.



Современная школа – это

школа, дающая функциональную грамотность: вооружающая учащихся знаниями для жизни, которые приносят пользу всем окружающим, стране

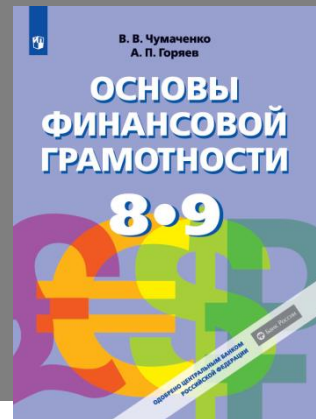
Серия «Задачники»



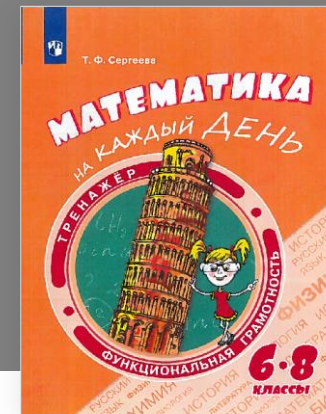
Серия «ФГОС. Оценка читательской грамотности»



Финансовая грамотность



Серия «Функциональная грамотность. Тренажёры»



Серия «Эталонные задания»



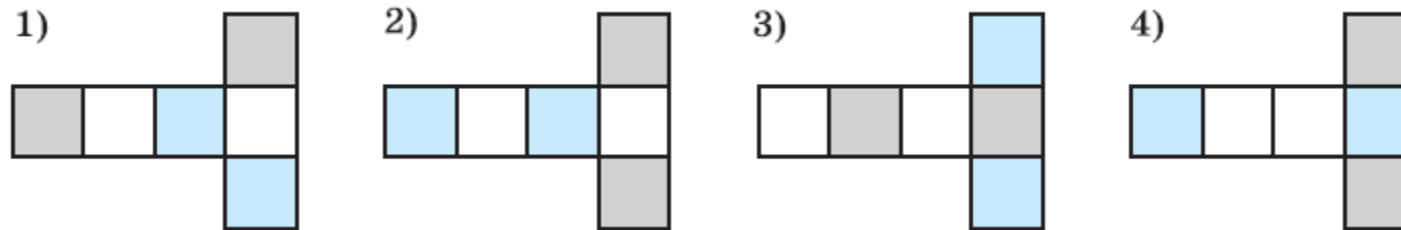


- Помогают формировать умение осознанно использовать полученные в ходе обучения знания для решения жизненных задач, развивают активность и самостоятельность учащихся, вовлекают их в поисковую и познавательную деятельность.
- Содержат разнообразные практико-ориентированные задания, позволяющие школьникам подготовиться к участию в международных исследованиях качества образования. Приведены примеры их решений и ответы.
- Могут использоваться учителями математики, русского языка, обществознания, биологии, физики и химии на уроках, во внеурочной деятельности, в системе дополнительного образования, семейного образования.



▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.



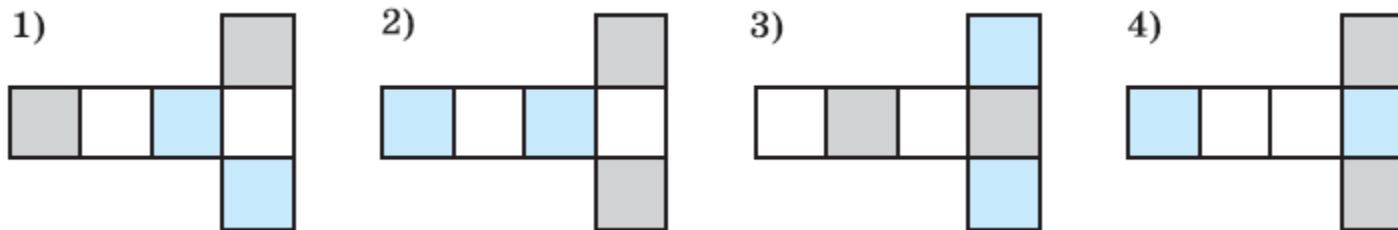
Вопрос 1. Из каких развёрток можно склеить коробку, отвечающую требованиям заказчика?

Ответ: 2 и 3



▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

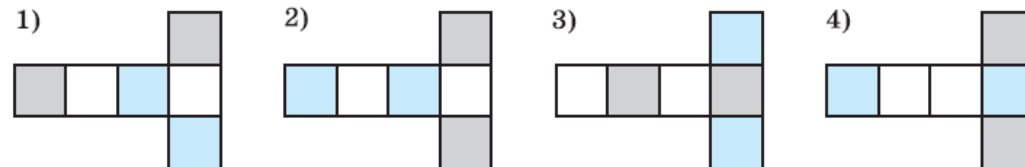


Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.



▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.



Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см ? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.



▶ УПАКОВКА

$$V_{\text{конст.}} = 0,064 \text{ м}^3;$$

$$a = 0,4 \text{ м (размеры конструктора);}$$

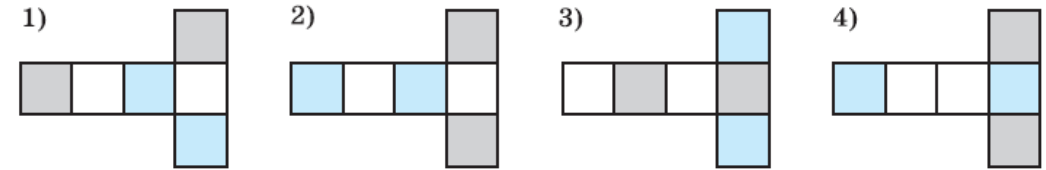
$$2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$$

$$b = 0,4 + 0,02 = 0,42 \text{ (м) – размеры коробки;}$$

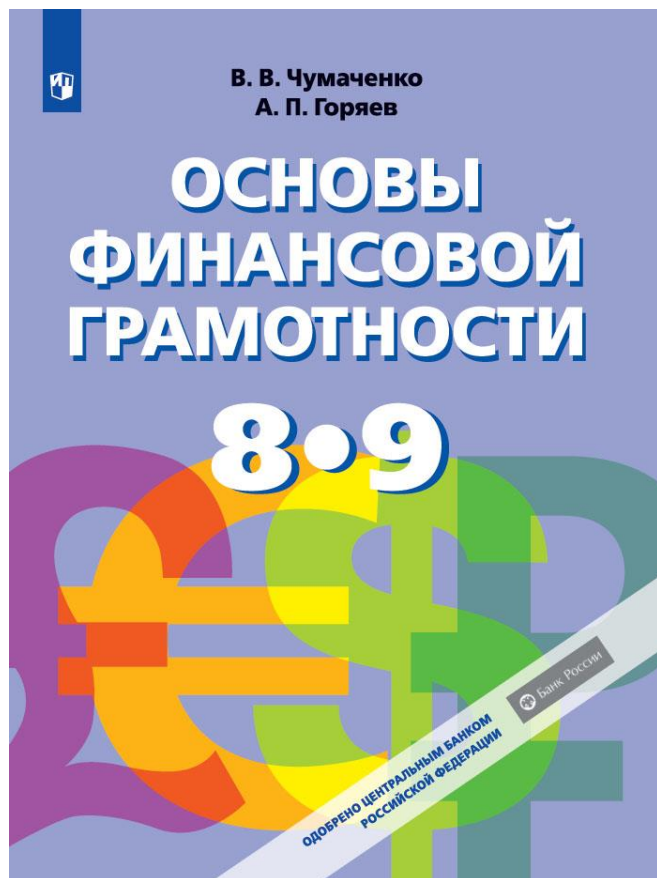
$$V_{\text{коробки}} = 0,42^3 = 0,074088 \approx 0,074 \text{ (м}^3\text{);}$$

$$S_{\text{пов. коробки}} = 0,42^2 \cdot 6 = 1,0584 \approx 1,058 \text{ (м}^2\text{)}$$

Ответ: $1,058 \text{ м}^2$; $0,074 \text{ м}^3$.



Финансовая грамотность



Главная задача курса — научить критически оценивать финансовые предложения с учетом их преимуществ и недостатков и делать осознанный выбор для достижения личных финансовых целей

Как управлять деньгами?

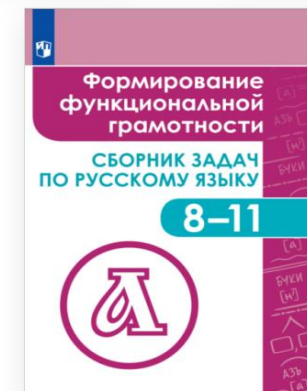
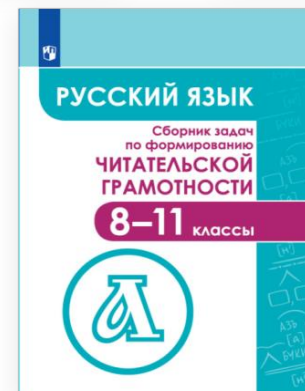
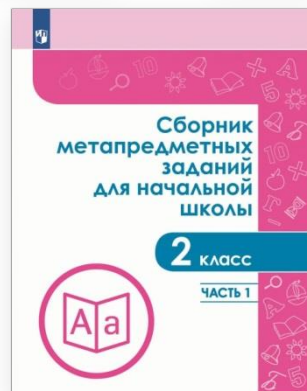
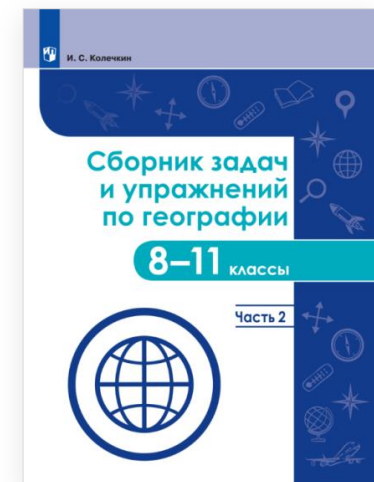
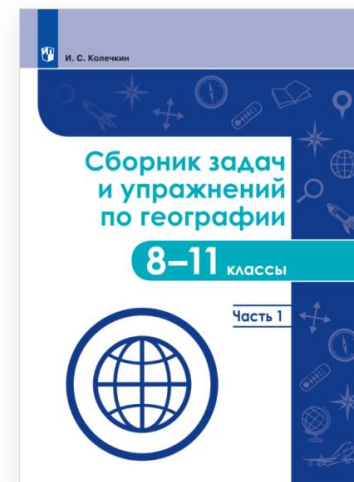
- Зарабатывать и тратить
- Сберегать и инвестировать
- Защищаться от финансовых рисков и махинаций
- Составлять бюджет и личный финансовый план

СОСТАВ УМК

- Учебник
- Рабочая тетрадь
- Методические рекомендации
- Электронная форма учебника



Функциональная грамотность. Задачники



Серия «Задачники»

Функциональная грамотность. Задачники

Многофункциональные задачники:

- позволят учащимся существенно повысить уровень своей функциональной грамотности,
- содержат разнообразные тренировочные и проверочные задания и упражнения для текущего и итогового контроля знаний, а также творческие задания, позволяющие углубить знания по различным предметным областям и расширить кругозор,
- могут использоваться учителями математики, русского языка, обществознания, биологии, физики и химии на уроках, во внеурочной деятельности, в системе дополнительного образования, семейного образования.



под рук. Г.С. Ковалевой, кандидата педагогических наук, руководителя Центра оценки качества образования Института стратегии развития образования Российской академии наук, эксперта международного класса



- Оценка читательской грамотности 5 – 9 классы.
- 4 варианта тестов, в каждом из которых даются тексты по 4 предметным областям (математике, русскому языку, естественнонаучным предметам и общественно-научным предметам) с заданиями к ним.
- Для проведения внутришкольного мониторинга в 5 – 9 классах:
 - ежегодно,
 - 2 раза в год (входная и итоговая диагностика),
 - по четвертям с изменением предметной области.

7 класс

КОМПЛЕКСНАЯ РАБОТА

Вариант 2

Регион _____

Город / посёлок / село _____

Школа _____ Класс _____

Фамилия, имя _____

Инструкция для учащихся

На выполнение работы отводится 90 минут (с перерывом).

В каждой части работы даются один или несколько текстов и несколько заданий, связанных с ними. Для выполнения заданий потребуется использовать знания и умения, полученные при изучении многих предметов.

В некоторых заданиях нужно будет из нескольких предложенных вариантов выбрать один ответ (или несколько ответов) и отметить его знаком ✓ в отведённом месте. В других нужно обвести цифру рядом с ответом, который ты считаешь верным.

В некоторых заданиях требуется подчеркнуть в тексте несколько слов или предложений, записать краткий ответ в виде чисел или слов в отведённом месте. В других заданиях требуется записать решение или объяснение своего ответа.

Внимательно читай задания!

Одни задания покажутся тебе лёгкими, другие — трудными. Если ты не знаешь, как выполнять задание, пропусти его и переходи к следующему. Если останется время, ты сможешь ещё раз попробовать выполнить пропущенные задания.

Если ты ошибся и хочешь исправить свой ответ, то зачеркни его и отметь или запиши тот ответ, который считаешь верным.

Желаем успеха!



ФГОС
МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ
 Стандартизированные материалы для оценки читательской грамотности
9 класс
 Варианты 1–4
 PISA
оценка образовательных достижений

ФАЗАНЫ И КРОЛИКИ, СПУСК И ПЕРЕБОР

Прочитайте текст и выполните задания 20—30

Предлагаем вам решить задачу на старинный сюжет.

Задача 1. В клетке сидят фазаны и кролики, всего у них 18 ног. Нужно узнать, сколько в клетке тех и других.



y	1	2	3	4
x	7	5	3	1

Таким образом, задача имеет четыре решения: (7; 1), (5; 2); (3; 3); (1; 4).

Подобные уравнения встречаются часто. Особенность их состоит в том, что уравнение содержит две или более переменных, и требуется найти все целые или натуральные их решения. Эти уравнения рассматривались ещё в глубокой древности. Уравнениями в целых числах много занимался древнегреческий учёный Диофант Александрийский (III век н. э.), автор «Арифметики» — книги, посвящённой решению алгебраических уравнений. Нередко о нём говорят как об отце алгебры.

Он изобрёл большое число способов решения подобных уравнений, поэтому их часто называют *диофантовыми уравнениями*.

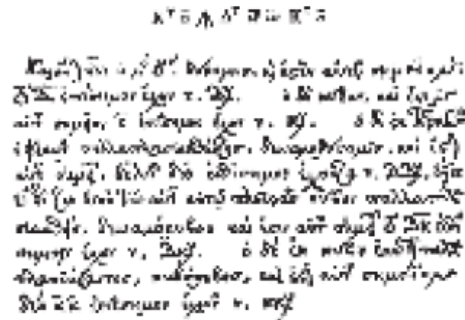
Решение. Составляется уравнение с двумя переменными, в котором x — число фазанов, y — число кроликов: $2x + 4y = 18$, или $x + 2y = 9$.

Выразим x через y : $x = 9 - 2y$.

Далее воспользуемся методом перебора; будем задавать значения y и вычислять значения x :



Диофант
Александрийский



Лист из «Арифметики» Диофанта (рукопись XIV века).
В верхней строке записано уравнение: $x^3 \cdot 8 - x^2 \cdot 16 = x^3$

Перебор вариантов при нахождении натуральных решений уравнения с двумя переменными оказывается весьма трудоёмким. Кроме того, если уравнение имеет *целые* решения, то перебрать их невозможно, так как таких решений бесконечное множество. Поэтому покажем ещё один старинный приём — *метод спуска*.

Задача 2. Решим уравнение $7x - 11y = 36$.

Это линейное уравнение с двумя переменными. Выразим из этого уравнения ту переменную, коэффициент при которой по модулю меньше, то есть переменную x : $x = \frac{36+11y}{7}$.

Выделив целую часть, получим

$$x = 5 + y + \frac{1+4y}{7}.$$

Чтобы значение дроби $\frac{1+4y}{7}$ было целым числом, надо чтобы $1 + 4y$ было кратно 7, то есть $1 + 4y = 7z$, где z — целое число. Мы получили новое уравнение с двумя переменными, коэффициенты которого по модулю меньше коэффициентов первого уравнения. Будем продолжать таким же образом и выразим из него переменную y :

$$y = \frac{7z-1}{4} = z - 1 + \frac{3z+3}{4}.$$

Потребуем, чтобы $3z + 3$ было кратно 4, то есть чтобы выполнялось условие $3z + 3 = 4u$, где u — целое число. Отсюда

$$z = \frac{4u-3}{3} = u - 1 + \frac{u}{3}.$$

Теперь потребуем, чтобы u было кратно 3:

$$u = 3v, \text{ где } v \text{ — целое число.}$$

Дробей больше нет. «Спуск» закончен, и надо «подняться вверх», выразив x и y через v . Имеем: $z = 4v - 1$; $y = 7v - 2$; $x = 11v + 2$.

Таким образом, $x = 11v + 2$, $y = 7v - 2$. Придавая в этих равенствах v целые значения, будем получать целые решения нашего уравнения. Очевидно, что их будет бесконечное множество. Если требуется найти натуральные решения, то надо наложить дополнительное условие: $11v + 2 > 0$ и $7v - 2 > 0$.

Полезно подчеркнуть, что уравнение вида $ax + by = c$, где a , b , c — целые числа, не всегда имеет целые решения. Например, не имеет целых

решений уравнение $6x + 20y = 11$. В самом деле, коэффициенты a и b — числа 6 и 20 — имеют общий делитель 2, а коэффициент c — число 11 — на него не делится. Поэтому, какие бы целые числа мы ни подставляли вместо x и y , слева всегда будет число, кратное 2, а справа — нет. Так что равенство невозможно.

Завершим формулировкой признака невозможности решения линейного уравнения с двумя переменными с целыми коэффициентами в целых числах. Этот признак звучит следующим образом: если в уравнении с целыми коэффициентами вида $ax + by = c$ коэффициенты при неизвестных x и y имеют общий делитель, а свободный член c на этот делитель не делится, то уравнение не имеет целых решений.

Примечание. При выполнении заданий можно использовать калькулятор.

20. На основе прочитанного текста сформулируйте определение «диофантово уравнение».

Диофантово уравнение — это _____

21. Какое уравнение записано?

$$k^T \bar{y} \wedge \Delta^T \bar{c} \dot{\sigma} k^T \bar{a}.$$

Ответ: _____

23. Решая задачу о фазанах и кроликах, Илья выразил y через x :

$$y = \frac{9-x}{2} \quad \text{Далее он получил такую таблицу:}$$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	-	3	-	2	-	1	-

Объясните, почему в некоторых ячейках таблицы он поставил прочерк.

Объяснение: _____

24. Представьте, что вам надо объяснить другу, в чём суть метода спуска. Дайте краткое объяснение.

Объяснение: _____

25. Составьте своё линейное уравнение с целыми коэффициентами, которое не имеет целых решений.

Ответ: _____

26. Какой использовался метод при решении задачи о фазанах и кроликах?

Ответ: _____

27. В целых числах решают не только линейные уравнения. Древнейшей задачей такого рода является задача о натуральных решениях уравнения $x^2 + y^2 = z^2$. Её называют задачей о пифагоровых тройках. Простейшее её решение — хорошо известная тройка чисел $x = 3$, $y = 4$, $z = 5$. Но существует много других пифагоровых троек. Более того, известны формулы, по которым они могут быть найдены. Эти формулы таковы:

$$x = 2mn, y = m^2 - n^2, z = m^2 + n^2,$$

где m и n — целые числа и $m > n$.

В таблице ниже приведены некоторые пифагоровы тройки. Заполните одну из пустых клеток таблицы.

$m \backslash n$	1	2	3	4	5
2	$x = 4,$ $y = 3,$ $z = 5$	—	—	—	—
3	$x = 8,$ $y = 6,$ $z = 10$	$x = 12,$ $y = 5,$ $z = 13$	—	—	—
4			$x = 24,$ $y = 7,$ $z = 25$	—	—
5				$x = 40,$ $y = 9,$ $z = 41$	—

Прочитайте текст и выполните задания 28—30

В данном выше тексте речь шла об уравнении с целыми коэффициентами. А что если коэффициенты — дробные числа? Прочитайте следующую информацию.

Рассмотрим уравнение с *дробными* коэффициентами: $1,2x + 0,9y = 3$. Умножим обе части уравнения на 10 и получим уравнение с *целыми* коэффициентами, имеющее те же решения: $12x + 9y = 30$. Далее обе части полученного уравнения можно разделить на 3, получим уравнение $4x + 3y = 10$, равносильное первому. Ясно, что точно так же можно поступить и в общем случае: если какие-либо коэффициенты уравнения — *дробные числа*, то, умножив обе части уравнения на общий знаменатель этих чисел, мы получим уравнение с *целыми коэффициентами*, имеющее те же решения, что и первое; более того, если эти целые коэффициенты имеют общий множитель, то обе части уравнения можно разделить на этот общий множитель, и мы получим уравнение, в котором коэффициенты a , b и c — взаимно простые числа.

28. Сведите уравнение $\frac{x}{12} + \frac{x}{6} = 1$ к уравнению с целыми коэффициентами и решите его.

Ответ: _____

29. Всегда ли уравнение с дробными коэффициентами можно свести к уравнению с целыми коэффициентами? Отметьте свой ответ знаком \checkmark . Объясните ответ, используя фразу из прочитанного текста.

Да

Нет

Обоснование: _____

30. Диофант был первым греческим математиком, который рассматривал дроби наравне с другими числами. Наверное, именно поэтому ему посвящена следующая эпитаграмма-задача, известная с X века.

Прах Диофанта гробница покоит; дивись ей и камень —
Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребёнком
И половину шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая, с подругой он обручился;
С нею пять лет проведя, сына дождался мудрец:
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил,
Отнят он был у отца ранней могилой своей.
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Тут и увидел предел жизни печальной своей.

(Пер. С. Н. Боброва)

Эта эпитаграмма-задача эквивалентна решению следующего уравнения:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4.$$

Сколько лет прожил Диофант?

Ответ: _____

Функциональная грамотность. Сборники эталонных заданий



Центр оценки качества образования

- ✓ Читательская грамотность
- ✓ Математическая грамотность
- ✓ Естественнонаучная грамотность
- ✓ Финансовая грамотность
- ✓ Глобальные компетенции
- ✓ Креативное мышление



Мониторинг
формирования
функциональной
грамотности

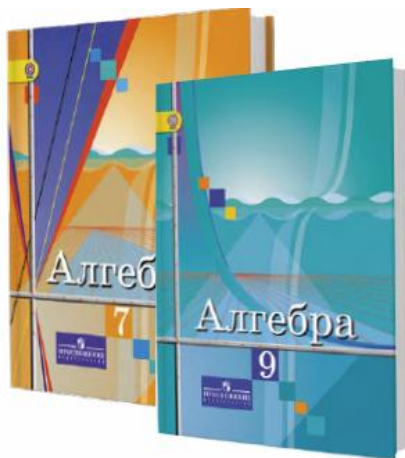
Серия «Функциональная грамотность. Учимся для жизни»

Сборники эталонных изданий



Готовятся к печати
в декабре 2019

- **Предназначены** для формирования и оценки всех аспектов функциональной грамотности, которые изучаются в международном сравнительном исследовании PISA.
- **Содержат** обучающие и тренировочные задания, охватывающие все содержательные и компетентностные аспекты оценки функциональной грамотности по каждой из областей. Приводятся развернутые описания особенностей оценки заданий, рекомендации по использованию системы заданий и их оценки. Все задания построены на основе реальных жизненных ситуаций.
- **Могут быть использованы** в обучающих целях педагогами на уроках и во внеурочной деятельности, а также администрацией школы для организации внутришкольного мониторинга по оценке функциональной грамотности учащихся 5 и 7 классов.



7 класс

Диалог об истории

Геометрия помогает алгебре



В начале главы мы вспомнили немало формул, знакомых вам ещё из курса математики 6 класса. Учёные с древних времён наблюдали за взаимосвязями различных величин и пытались описывать эти связи формулами. Та формула, с которой я хочу вас познакомить, требует предварительного рассказа о тесной связи алгебры, арифметики и геометрии.

В Древней Греции ученики *Пифагора* (ок. 570 г. до н. э. — ок. 500 г. до н. э.) не только занимались геометрией, но и развивали учение о числе с помощью геометрических фигур. Числа они изображали в виде точек (иногда выкладывали их камешками), группируя их в разные фигуры. Так появились *квадратные числа*: 1, 4, 9, 16, 25, ... На рисунке они изображены камешками, выложенными в форме квадратов. При этом число N всех камешков n -го по порядку квадратного числа находится по формуле $N = n^2$, где n — число камешков на одной стороне квадрата.

Квадратные числа



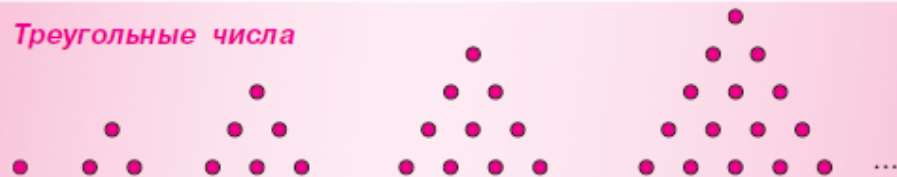
Значит, у древних греков были и другие «многоугольные» числа?



Ты права. Были, например, *треугольные числа*: 1, 3, 6, 10, 15, ... На рисунке они изображены камешками, выложенными в форме треугольников. Формула числа камешков N в n -м по порядку треугольном числе имеет вид

$$N = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Треугольные числа



Значит, я легко могу найти, например, сотое по порядку треугольное число. Подсчитаю: $N = \frac{100 \cdot (100 + 1)}{2} = 50 \cdot 101 = 5050$.



И другие фигурные числа составляли учёные. Геометрическое представление чисел помогало греческим учёным, таким, как *Эратосфен* (ок. 276 г. до н. э. — 194 г. до н. э.), *Диофант* и др., изучать свойства чисел. Например, *Диофант* нашёл формулу, связывающую треугольные и квадратные числа: если обозначить некоторое треугольное число буквой T , то число $8T + 1$ обязательно будет некоторым квадратным числом. Например, умножая четвёртое треугольное число $T = 10$ на 8 и прибавляя 1, получим 81, что является девятым квадратным числом ($81 = 9^2$). Справедливость формулы *Диофанта* $8T + 1 = k$, где k — некоторое квадратное число, проверьте самостоятельно на первых 10 треугольных числах.



8 класс

Замена неизвестных

Это интересно



Вы познакомились с применением замены $x^2 = t$ для представления биквадратного уравнения в виде квадратного. В 7 классе методом замены неизвестных вы пользовались при решении систем уравнений, сводящихся к линейным. Например, систему

$$\begin{cases} \frac{10}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 3, \\ \frac{7}{x+y} - \frac{6}{x-y} = 2 \end{cases}$$

после замены $\frac{1}{x+y} = u$ и $\frac{1}{x-y} = v$ обращали в систему линей-

ных уравнений: $\begin{cases} 10u - 4v = 3, \\ 7u - 6v = 2. \end{cases}$



Думаю, что мы освоили это ствуют ли какие-нибудь уравнения, но также сводящи



Конечно, существуют. Думаю, что после рассмотрения одного из них вы сможете сами конструировать интересные уравнения, приводящие к решению квадратных уравнений. Решим, например, такое уравнение:

$$(2x - 1)(2x + 3)(3x - 2)(3x + 4) = 35.$$

► Умножим в его левой части первую скобку на последнюю, а вторую — на третью. Получим уравнение

$$(6x^2 + 5x - 4)(6x^2 + 5x - 6) = 35.$$

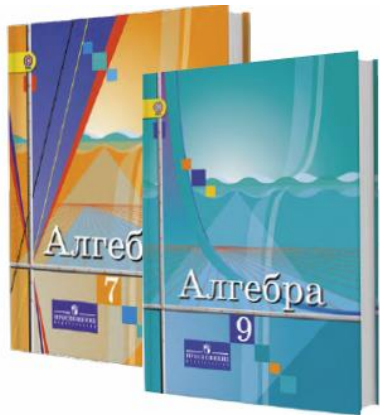
Сделаем замену: $6x^2 + 5x - 5 = y$. Тогда уравнение примет вид

$$(y - 1)(y + 1) = 35 \text{ или } y^2 = 36.$$

Корнями этого уравнения являются $y = -6$ и $y = 6$. Возвращаясь к неизвестному x и решая уравнения

$$6x^2 + 5x - 5 = -6 \text{ и } 6x^2 + 5x - 5 = 6,$$

найдем: $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{3}$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1\frac{5}{6}$. ◀



9 класс

Условия постановки случайного опыта



Профессор, почему в тексте параграфа при описании различных событий всякий раз говорится об условиях, в которых эти события происходят? Разве нельзя сказать просто: «Появление 6 очков — случайное событие»?



Скажи, пожалуйста, а если ставится опыт с бросанием монеты, то по отношению к этому опыту «появление 6 очков» тоже будет случайным событием?



Конечно, нет. Понятно же, что когда говорят о появившемся числе очков, то имеют в виду, что брошена игральная кость.



Допустим, что брошена вовсе не игральная кость, а прочитаны очки, например, на костяшке домино. Шесть очков могли появиться и после раскручивания рулетки. А бросить могли, к примеру, не одну, а две игральные кости...



Поняла: нужно всегда уточнять условия опыта, в котором рассматривается то или иное событие.



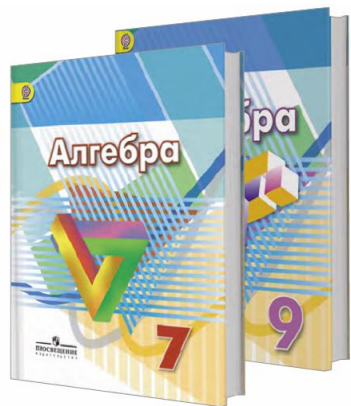
Хочу, чтобы вы до конца поняли, о каких опытах идёт речь при изучении теории вероятностей. Рассматриваются *случайные опыты (случайные эксперименты)*, которые можно производить при неизменных условиях сколько угодно раз и результат каждого из которых заранее не известен. К таким опытам относятся опыты с бросанием монет и игральных костей; изъятие карт из колоды, костяшек домино из набора, схожих предметов из коробки (ящика) и т. п.



Профессор, при изучении параграфа мне было непонятно: почему, например, при бросании монеты не рассматривался исход «монета встала на ребро»?



Потому что в теории вероятностей рассматриваются так называемые *математические монеты* — идеальные монеты, лишённые многих качеств реальных монет. Считается, что математическая монета имеет только две стороны. Такая монета имеет равные шансы упасть *орлом* и *решкой* вверх, не может ни укатиться, ни потеряться, ни встать на ребро.



7 класс

б) Из формулы объёма пирамиды $V = \frac{Sh}{3}$ (рис. 2.7) выразите h и S .

150 Из физической формулы выразите переменную m :

а) $\rho = \frac{m}{V}$; в) $Q = cmt$;

б) $a = \frac{F}{m}$; г) $E = \frac{mv^2}{2}$.

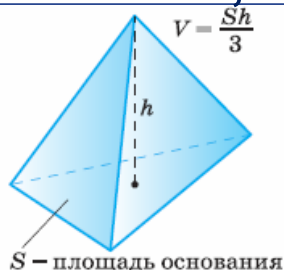


Рис. 2.7

Б

ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ (151–152)

151 Наблюдатель во время грозы считает, сколько секунд (t) прошло между вспышкой молнии и раскатом грома, и определяет, на каком расстоянии (S) он находится от эпицентра грозы. Составьте формулу для вычисления этого расстояния в километрах, если известно, что звук распространяется в воздухе со скоростью 330 м/с. Определите по этой формуле, на каком расстоянии от эпицентра грозы вы находитесь, если между вспышкой молнии и громом вы насчитали 6 с.

152 За время t человек, длина шага которого равна l , сделал n шагов. Составьте формулу, выражающую зависимость его скорости v от переменных t , l и n . Найдите по этой формуле скорость пешехода, выразив её в метрах в минуту и в километрах в час, если длина его шага 60 см и за 5 мин он сделал 700 шагов.

ПРИМЕНЯЕМ АЛГЕБРУ (153–155)

153 Олег живёт в многоэтажном доме. Он сосчитал число ступенек, ведущих от входа в подъезд к площадке каждого из первых пяти этажей, и составил таблицу. Если бы Олег продолжил заполнение таблицы, какое число он записал бы в клетке, соответствующей 6-му этажу? 10-му этажу? Составьте формулу, выражающую зависимость числа ступенек N от этажа n . Какие значения могут принимать переменные n и N ? Найдите N , если $n = 15$.



Этаж	1	2	3	4	5
Число ступенек	5	21	37	53	69

154 Электропоезд проходит расстояние между соседними километровыми столбами за 1,5 мин. На сколько километров в час надо увеличить скорость, чтобы сократить это время на полминуты?

155 Легкоатлеты в процессе тренировки вырабатывают скоростную выносливость, увеличивая скорость во время бега. Например, бегун на дистанции 1500 м пробежал первые 250 м за 50 с, следующие 500 м за 95 с и оставшиеся 750 м за 140 с. Какую скорость (в км/ч) развил этот бегун на каждом из участков дистанции? (Ответы округлите до десятых. Воспользуйтесь калькулятором.)

ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ (156–158)

156 Процент p уценки вещи может быть вычислен по формуле $p = 100\left(1 - \frac{r}{s}\right)$, где s — старая цена, а r — новая цена. Вычислите, на сколько процентов уценили книгу, если её цену снизили с 80 р. до 75 р. 50 к. (Ответ округлите до десятых.)

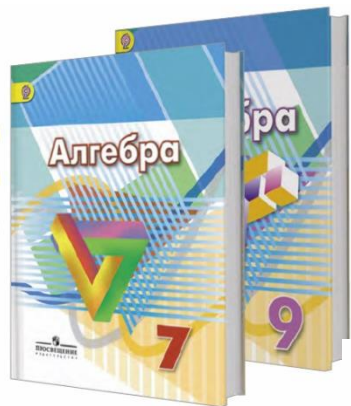
157 Размер обуви зависит от длины стопы. Существуют формулы, выражающие эту зависимость для мужских и женских размеров, принятых в некоторых англоговорящих странах: для мужской обуви $s = 3l - 26$ и для женской обуви $s = 3l - 22$, где s — размер обуви, l — длина стопы в дюймах. Какой английский размер подходит Наташе, если длина стопы у неё равна 30 см, и Игорю, если у него длина стопы — 35 см? (1 дюйм \approx 2,5 см.)

158 В нашей стране и в США для приближённой прикидки нормального веса взрослого человека пользуются разными формулами:

в России: $P = H - 100$, где P — вес в килограммах, H — рост в сантиметрах;

в США: $W = \frac{11}{2}H - 220$, где W — вес в фунтах, H — рост в дюймах.

Определите, какой вес считается нормальным в России и в США для человека ростом 180 см. Сравните полученные результаты. (1 фунт \approx 0,454 кг, 1 дюйм \approx 2,54 см. Воспользуйтесь калькулятором.)



9 класс

Дополнительные задания

● Статистические исследования

790 Девятиклассники отгадывали кроссворд (каждый самостоятельно). После этого они сравнили число неразгаданных слов. Данные представлены в таблице на с. 320.

- а) Для каждого количества неразгаданных слов составьте таблицу частот.
- б) Постройте полигон частот.
- в) Найдите процент ребят, не разгадавших более двух слов.
- г) Найдите среднее число неразгаданных слов в кроссворде.

Имя	Вася	Петя	Валя	Катя	Гена	Аня	Гоша	Вера	Оля
Число неразгаданных слов	3	2	1	2	4	3	1	2	3
Имя	Дима	Галя	Паша	Таня	Зоя	Боря	Лена	Тоня	Ваня
Число неразгаданных слов	3	2	4	3	2	4	2	1	3

791 Известно, что О — самая распространённая гласная в русском языке. Прочтите отрывок из петербургской повести А. С. Пушкина «Медный всадник»:

На берегу пустынных волн
Стоял он, дум великих полн,
И вдаль глядел. Пред ним широко
Река неслася; бедный чёлн
По ней стремился одиноко.
По мшистым, топким берегам
Чернели избы здесь и там,
Приют убогого чухонца;
И лес, неведомый лучам
В тумане спрятанного солнца,
Кругом шумел.

И думал он:
Отсель грозить мы будем шведу,
Здесь будет город заложен
Назло надменному соседу.
Природой здесь нам суждено
В Европу прорубить окно,
Ногою твёрдой стать при море.
Сюда по новым им волнам
Все флаги в гости будут к нам,
И запируем на просторе.

а) Подсчитайте частоту каждой гласной в этом отрывке. Подтверждают ли ваши результаты правильность утверждения, приведённого в условии задачи?

б) Постройте полигон частот появления гласных в этом отрывке.
в) Сравните частоты гласных У и И, гласных А и Е в приведённом отрывке.

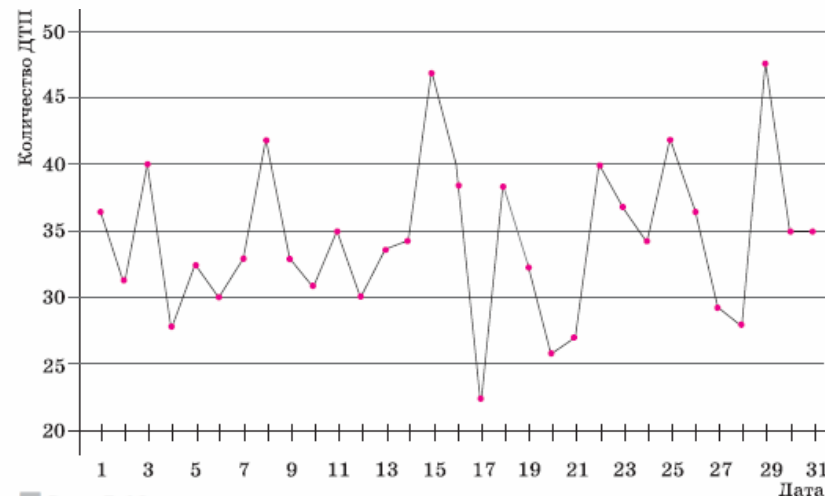


Рис. 5.10

792 На рисунке 5.10 изображён график, показывающий ежедневное количество дорожно-транспортных происшествий (ДТП) на улицах города Новинска в январе текущего года.

- а) Постройте по этим данным интервальную таблицу частот, разбив диапазон значений от 20 до 50 на 6 равных интервалов.
- б) Нарисуйте гистограмму частот.
- в) Определите среднее количество ДТП в день.



7 класс

184. (Задача-исследование.) Средний возраст сотрудников отдела компьютерной вёрстки, в котором работали 12 человек, составлял 30,5 года. После того как из отдела уволился двадцатилетний Олег и на его место пришёл Игорь, средний возраст сотрудников отдела стал составлять 31 год. Сколько лет Игорю?

- 1) Выскажите предположение о возрасте Игоря.
- 2) Найдите первоначальную сумму возрастов сотрудников отдела.
- 3) Обозначив возраст Игоря через x (лет), найдите, какой стала сумма возрастов сотрудников отдела.
- 4) Выразите через x , каким стал средний возраст сотрудников отдела.
- 5) Составьте уравнение и решите его.
- 6) Подтвердилось ли ваше предположение о возрасте Игоря?



8 класс

921. *(Задача-исследование.)* Моторная лодка прошла в один день некоторое расстояние по течению реки и вернулась обратно. В другой день она прошла такое же расстояние по течению более быстрой реки и также вернулась обратно. В какой из дней лодка затратила на весь путь больше времени?

- 1) Выскажите предположение об ожидаемом ответе.
- 2) Введите обозначения: x км/ч — скорость лодки в стоячей воде; y км/ч и z км/ч — скорости течения первой и второй рек; s км — расстояние, на которое отплывала лодка.
- 3) Запишите формулы для вычисления времени t_1 ч и t_2 ч, затраченного лодкой на весь путь в каждый из дней.
- 4) Найдите разность $t_1 - t_2$ и, оценив её, ответьте на вопрос задачи.
- 5) Подтвердилось ли ваше предположение?

6 КЛАСС



ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ Представьте, что вы хотите сделать аквариум, имеющий форму параллелепипеда. Для этого необходимо в мастерской заказать стёкла.

- 1) Сколько стёкол и какого размера надо заказать, если длина аквариума должна равняться 50 см, ширина — 30 см, а высота — 40 см?
- 2) Сколько придётся заплатить, если стоимость стекла составляет 400 р. за 1 м^2 ?
- 3) Такими же или нет будут затраты на изготовление аквариума, у которого длина равна 40 см, ширина — 30 см, высота — 50 см?



5 КЛАСС

2.11. Объём прямоугольного параллелепипеда. Единицы объёма



515. Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длина которого 45 см, ширина 30 см, а высота 25 см. Сколько раз придётся наполнить водой трёхлитровую банку, чтобы уровень воды в аквариуме был равен 20 см?



516. Как изменится объём прямоугольного параллелепипеда, если:

- а) его длину увеличить в 2 раза;
- б) увеличить его длину в 2 раза, а ширину — в 3 раза;
- в) увеличить его длину в 2 раза, ширину — в 3 раза, а высоту — в 4 раза;
- г) его длину увеличить в 4 раза, а ширину и высоту уменьшить в 2 раза?

517. Во сколько раз увеличится объём куба при увеличении его ребра: а) в 2 раза; б) в 3 раза; в) в 10 раз?

ИЩЕМ ИНФОРМАЦИЮ

518. Найдите в справочной литературе или Интернете ответы на следующие вопросы:

- а) Какую величину на Руси измеряли вёдрами?
- б) Что измеряют галлонами? баррелями? В каких странах используются эти единицы измерения?
- в) На ёмкостях иностранного производства иногда встречается такое обозначение объёма: 100 cl (100 санлитров). Выразите этот объём в принятых в России единицах.

5 КЛАСС

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

- 583.** Как разрезать торт тремя прямыми так, чтобы получилось семь частей и на каждой из них была розочка (рис. 127)?
- 584.** Можно ли двумя ударами топора разрубить подкову на шесть частей, не перемещая части после удара (рис. 128)?
- 585.** Улитка за день поднимается на 4 м, а за ночь опускается на 2 м. За сколько дней она поднимется на вершину столба высотой 8 м?
- 586.** Прямоугольник 4×9 разрежьте на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.
- 587.** Из прямоугольника 10×7 вырезали прямоугольник 1×6 (рис. 129). Разрежьте полученную фигуру на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.
- 588.** Клетчатая бумага даёт представление о том, как можно равными квадратами выложить плоскость. На рисунке 130 показаны способы, которыми укладывают кафельную плитку на пол или на стены. Плоскость можно выложить также равными прямоугольниками. На рисунке 131 показаны два способа покрытия пола паркетом из равных прямоугольников. Придумайте ещё два своих паркета из равных прямоугольников.

Рис. 127

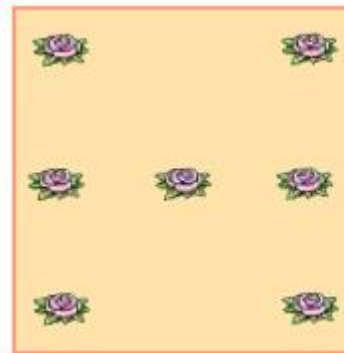


Рис. 128

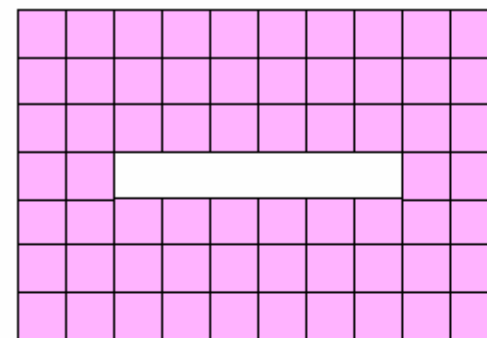


Рис. 129

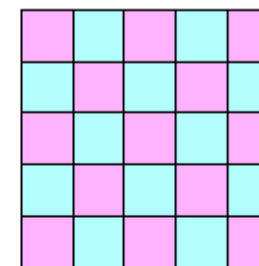


Рис. 130

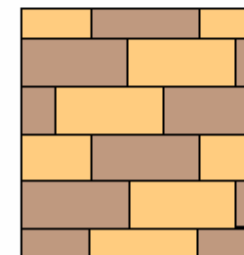
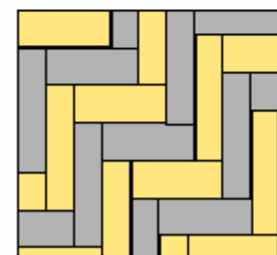
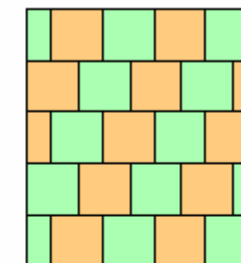


Рис. 131

5 КЛАСС

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

- 583.** Как разрезать торт тремя прямыми так, чтобы получилось семь частей и на каждой из них была розочка (рис. 127)?
- 584.** Можно ли двумя ударами топора разрубить подкову на шесть частей, не перемещая части после удара (рис. 128)?
- 585.** Улитка за день поднимается на 4 м, а за ночь опускается на 2 м. За сколько дней она поднимется на вершину столба высотой 8 м?
- 586.** Прямоугольник 4×9 разрежьте на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.
- 587.** Из прямоугольника 10×7 вырезали прямоугольник 1×6 (рис. 129). Разрежьте полученную фигуру на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.
- 588.** Клетчатая бумага даёт представление о том, как можно равными квадратами выложить плоскость. На рисунке 130 показаны способы, которыми укладывают кафельную плитку на пол или на стены. Плоскость можно выложить также равными прямоугольниками. На рисунке 131 показаны два способа покрытия пола паркетом из равных прямоугольников. Придумайте ещё два своих паркета из равных прямоугольников.

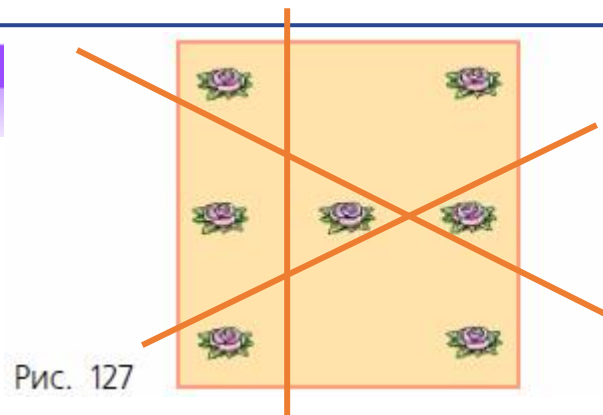


Рис. 127

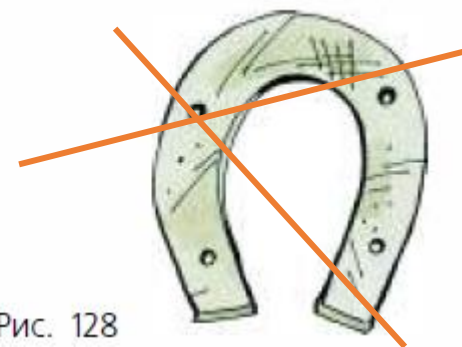


Рис. 128

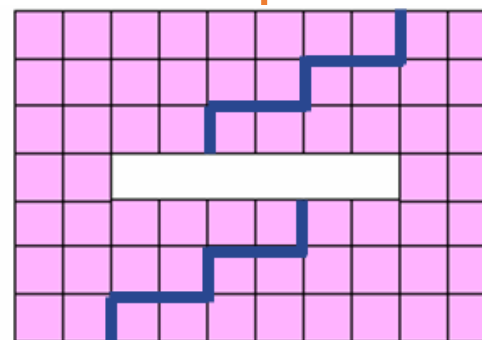


Рис. 129

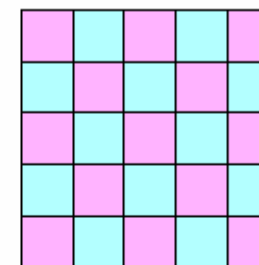


Рис. 130

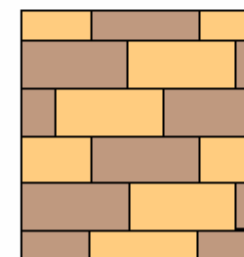
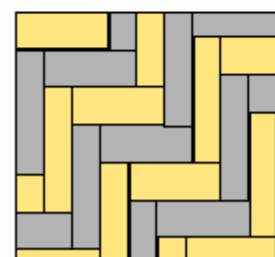
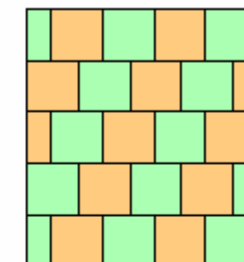
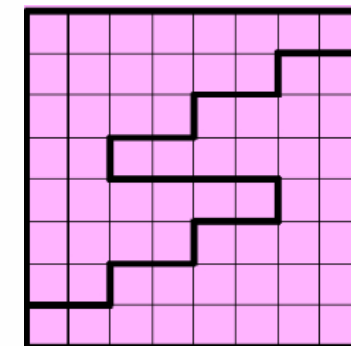
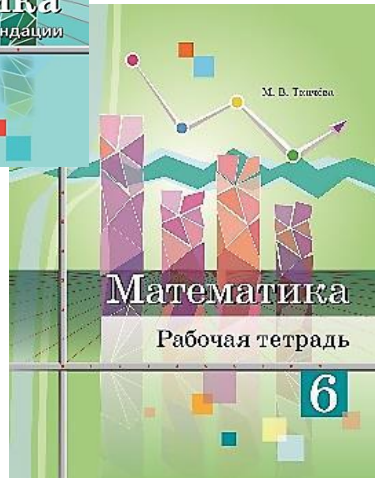
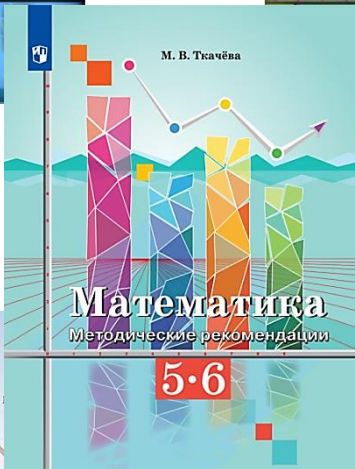
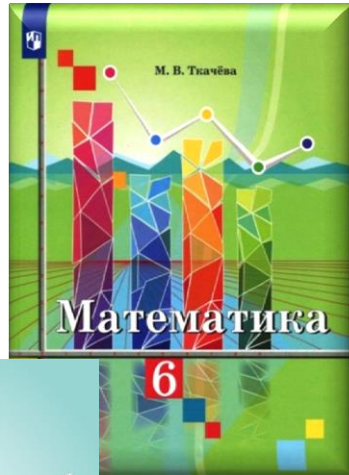
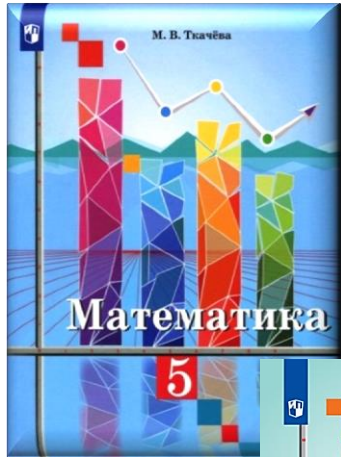


Рис. 131

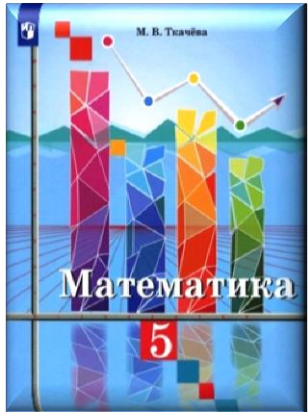




- **Рассчитаны** на 5 ч в неделю (170 ч в год) и 6 ч в неделю (204 ч в год);
- **позволяют обеспечить** учащимся достижение групп планируемых результатов освоения программы по математике в блоках «Ученик научится» и «Ученик получит возможность научиться»;
- изложение теоретического материала в традиционной форме и **в форме диалогов.**

В рабочих тетрадях представлены задания разного уровня сложности ко всем параграфам учебника. Ряд заданий предполагают самостоятельный поиск учащимися информации в дополнительных источниках.

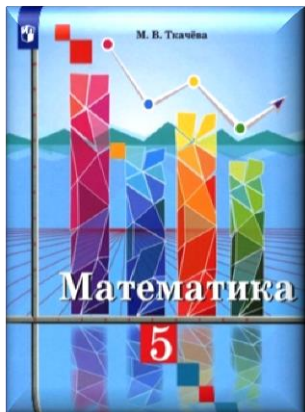
Задания позволяют готовиться к различным оценочным процедурам.



6. *Ищем информацию* Информация о четырёх реках представлены в таблице:

Река	Длина, км	Бассейн, км ²	Расход воды, м ³ /с
Дунай	2960	817 000	6700
Волга	3530	1 361 000	8060
Нил	6852	3 400 000	2830
Амазонка	7000	7 180 000	221 100

- 1) На сколько километров Амазонка длиннее: Дуная; Волги; Нила?
- 2) На сколько квадратных километров бассейн Волги меньше бассейна Нила?
- 3) На сколько кубических метров в секунду расход воды Амазонки превышает суммарный расход воды Дуная, Волги и Нила?
- 4) Во сколько раз расход воды Амазонки больше расхода воды Дуная?



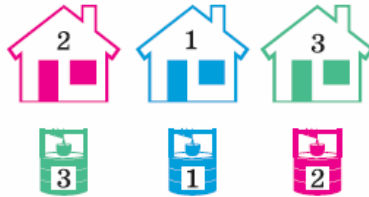
Номер зоны	1	2	3	4	5	6	7
Стоимость взрослого билета	3200	6150	8200	10 250	12 300	14 350	16 400
Стоимость льготного билета	1600	3075	4100	5125	6150	7175	8200
Стоимость детского билета	800	1538	2050	2563	3075	3588	4100

967. Ищем информацию В таблице (приведённой вверху страницы) указана стоимость (в копейках) одного билета на проезд в электричке от вокзала до станций в указанной зоне.

Какую сумму заплатят за билеты Галя, её папа и мама вместе, если поедут от вокзала на дачу: 1) в зону 3; 2) в зону 7? Известно, что папа покупает льготный билет, мама — полный взрослый, а Галя — детский.

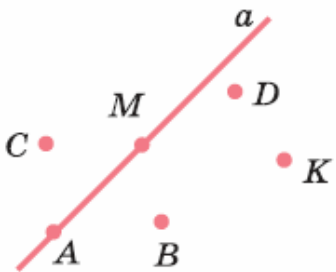
5 КЛАСС

§ 5. Прямая. Луч. Отрезок



4. **Моделируем** Начертить линии-дорожки от каждого дома к своему колодцу (обозначенному той же цифрой) так, чтобы эти линии не пересекались (рис. 16).

• Рис. 16

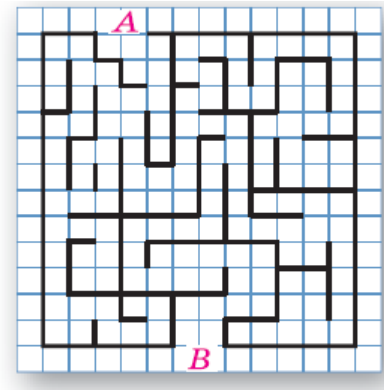


• Рис. 17

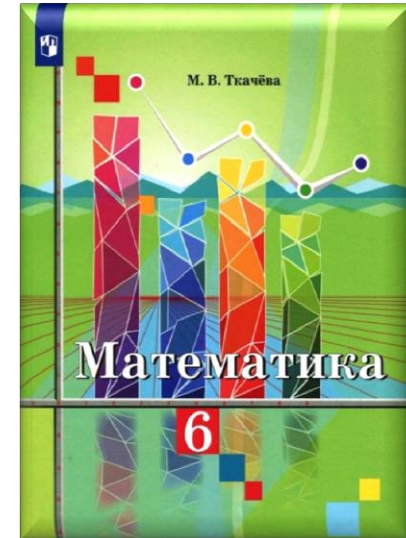
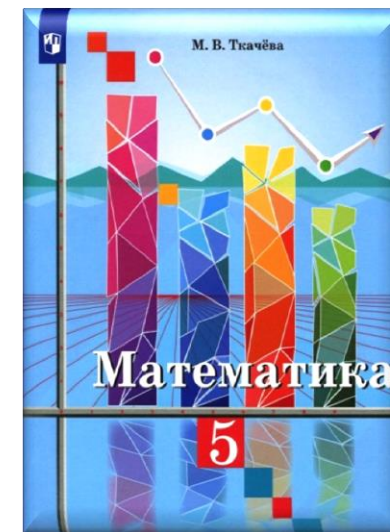
75. Через точки C и D провести две линии. Могут ли обе они быть прямыми?
76. Назвать точки, лежащие и не лежащие на прямой a (рис. 17).
77. Провести прямую b . Отметить на ней точку C . Провести через точку C прямую, пересекающую прямую b . Сколько таких прямых можно провести?

81. **Ищем информацию** Выяснить, как на нелинованной бумаге можно с помощью линейки и угольника провести две параллельные прямые.
82. **Исследуем** Любая прямая делит плоскость на две части. На сколько частей разделят плоскость: 1) две пересекающиеся прямые; 2) три прямые, пересекающиеся в одной точке.

85. **Ищем информацию** Найти в книгах или Интернете *правило одной руки* для выхода из лабиринта. Скопировать в тетрадь рисунок 21. С помощью этого правила провести линию от входа в лабиринт (в точке A) до выхода из него (в точке B).

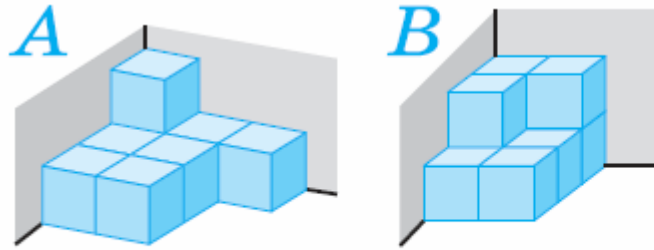


• Рис. 21

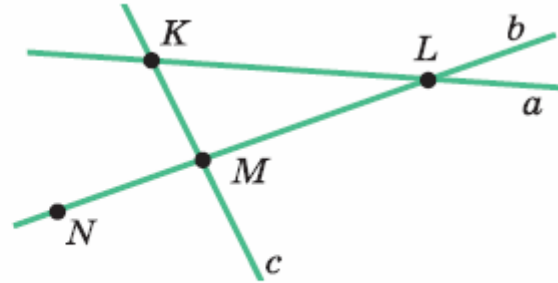


5 КЛАСС

5.2. Луч и отрезок



• Рис. 27



• Рис. 28

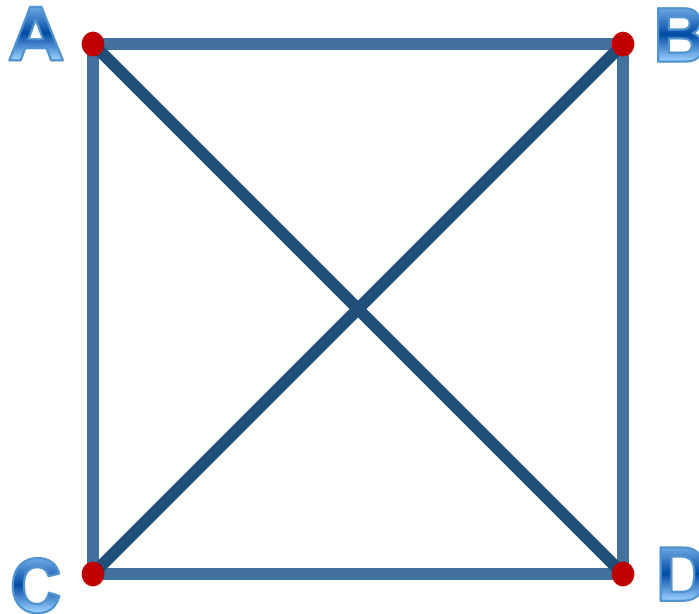
2. **Выходим в пространство** Какая постройка (A или B) сделана из меньшего числа кубиков (рис. 27)?
3. На рисунке 28 изображены прямые и точки.
 - 1) На каких прямых лежит точка L ?
 - 2) Какие из отмеченных точек лежат на прямой b ?
 - 3) В какой точке пересекаются прямые c и a ?
 - 4) Как ещё можно назвать прямую b ? Перечислить все возможные способы её названий.

5 КЛАСС

5.2. Луч и отрезок

95. *Исследуем* Четыре друга: Антон (А), Василий (В), Сергей (С) и Дмитрий (Д) при встрече обменялись рукопожатиями — каждый пожал руку каждому. Сколько всего сделано рукопожатий?

Указание. Изобразить точками A , B , C и D (так, чтобы никакие три не лежали на одной прямой) каждого из друзей, а одно рукопожатие — отрезком, соединяющим пару точек.



Всего 6 отрезков, значит было сделано 6 рукопожатий.



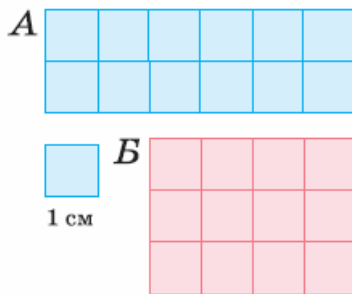
Пространственная ломаная линия

Существуют ломаные линии, у которых не все звенья лежат в одной плоскости. Их называют пространственными ломаными линиями. Примером может служить линия, проведённая по рёбрам AB , BC и CD куба. Она состоит из трёх звеньев.

Предположим, что этот куб сделан из прозрачного материала. Посмотрим на ломаную $ABCD$ спереди (вдоль стрелки 1), слева (вдоль стрелки 2) и сверху (вдоль стрелки 3). Мы увидим плоские ломаные линии, состоящие из двух звеньев.



5 КЛАСС



• Рис. 239

Фигуры, имеющие равные площади, называются **равновеликими фигурами**.

Так, на рисунке 239 фигуры *A* и *B* — равновеликие прямоугольники.

На рисунке 240 фигуры *B* и *Г* равновелики, так как они равны и имеют равные площади (площадь каждой из этих фигур 3 см^2). Равновеликими являются и фигуры *B* и *Д*: фигура *B* — квадрат площадью $2 \cdot 2 = 4 \text{ (см}^2\text{)}$, фигура *Д* — прямоугольник площадью $4 \cdot 1 = 4 \text{ (см}^2\text{)}$. Площадь фигуры *A* равна 5 см^2 .

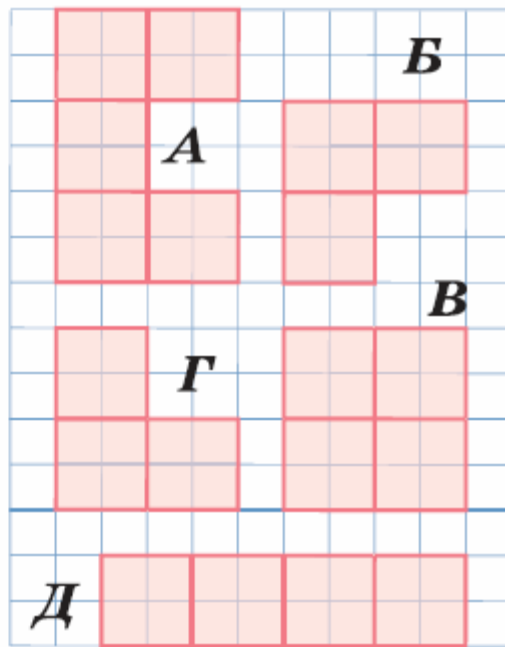
Площадь прямоугольника можно найти по формуле

$$S = a \cdot b,$$

где *a* и *b* — длины его смежных сторон, выраженные в одинаковых единицах длины.

Квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны. Поэтому площадь квадрата находится по формуле $S = a \cdot a$, или

$$S = a^2.$$



• Рис. 240

Это интересно

Равносоставленные фигуры



Кстати, фигуры *B* и *Д* на рисунке 240 можно называть и **равносоставленными**: каждая из них составлена из четырёх одинаковых квадратов (без наложений друг на друга).

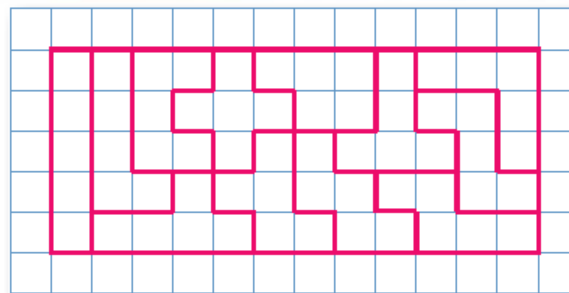
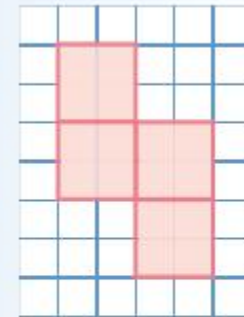


Я могу нарисовать и другую фигуру, которая будет составлена из таких же 4 квадратов.

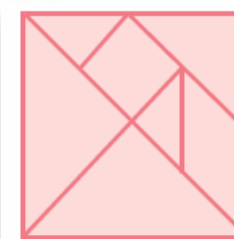


Все такие фигуры называют **тетрамино** (*тетра* по-гречески означает *четыре*).

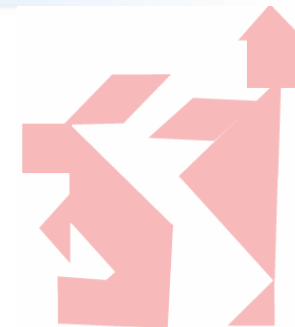
Ещё есть игра **пентамино**. Играя в неё, можно складывать разные фигурки. **Пентамино** — это всевозможные равносоставленные из 5 одинаковых квадратов фигуры. Всего их 12. Попробуйте их нарисовать — это будет для вас интересной задачей.



• Рис. 252



• Рис. 255



687. Ищем информацию Перерисовать в тетрадь все фигуры **пентамино**, уложенные в прямоугольник (рис. 252). Сколько фигур в этом наборе? Узнать историю игр в пентамино. Выяснить, можно ли из всех фигур пентамино выложить прямоугольник других размеров.

690. Комбинируем Разрезать картонный квадрат (рис. 255) по выделенным линиям. Образованные фигуры составляют **танграм** — китайскую головоломку. Сложить из фигур танграма фигурку, изображённые на рисунке 256.

6 КЛАСС

Упражнения

103. На рисунке 48 изображена четырёхугольная призма. Перечислить её:
1) вершины; 2) боковые рёбра; 3) основания; 4) боковые грани.

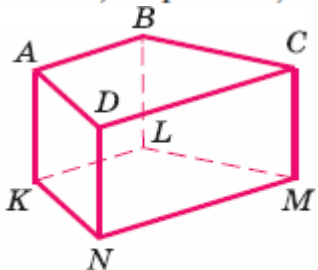
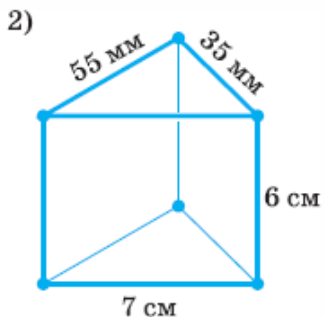
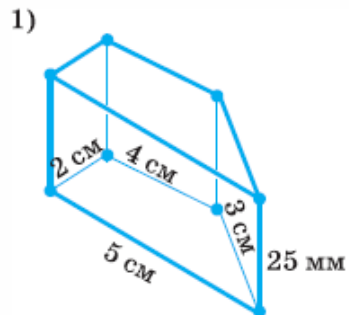
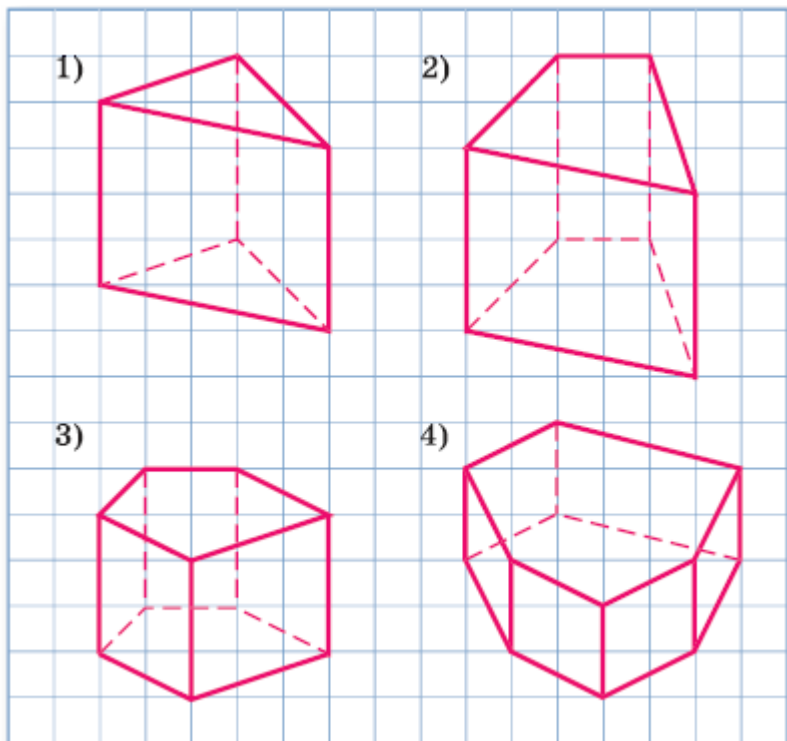


Рис. 48



104. **Моделируем** Кусок проволоки разрезали на части и из всех частей сделали каркасную модель призмы (рис. 49 на с. 34); в вершинах части проволоки скрепляли сваркой. Какова длина исходного куска проволоки?



105. Скопировать в тетрадь изображения призм (рис. 50).

106. **Исследуем** 1) Используя рисунок 50, заполнить таблицу.

Призма	Число вершин (В)	Число граней (Г)	Число рёбер (Р)	Значение $V + G - P$
треугольная				
четырёхугольная				
пятиугольная				
шестиугольная				

- 2) Выразить число вершин (В), граней (Г), рёбер (Р) через n — число сторон основания призмы: $V = n \cdot \dots$; $G = n + \dots$; $P = \dots$.

- 3) Заполнить таблицу, используя результаты предыдущего задания:

Призма	Число вершин (В)	Число граней (Г)	Число рёбер (Р)	Значение $V + G - P$
8-угольная				
20-угольная				
100-угольная				



Это интересно

Формула Эйлера



Удивительно! Это же не случайно, что значение выражения $V + G - P$

для всех рассмотренных призм оказалось одним и тем же числом?

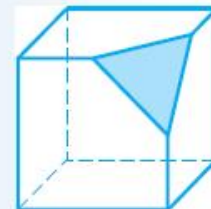


Тот факт, что для любого многогранника

$$V + G - P = 2,$$

доказал ещё в 1750 г. великий математик Леонард Эйлер.

Проверьте справедливость этой формулы, например, для многогранника, полученного из куба отсечением от него одного «угла».



Существующие федеральные нормативные документы включают задачу формирования функциональной грамотности

- **ФГОС начального общего, основного общего и среднего общего образования (Приказы Минобрнауки РФ № 373 от 06.10.2009; № 1897 от 17.12.2010; № 413 от 17.05.2012)**
- **Примерные основные образовательные программы начального, основного и среднего общего образования (одобрены решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15, протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з)**

Формируя функциональную грамотность обучающихся, мы решаем задачи стратегического развития Российской Федерации:

- усиление позиций Российской Федерации в глобальной конкуренции путем развития человеческого потенциала как основного фактора экономического развития;
- технологическое первенство на мировой арене, усиление роли инноваций в социально-экономическом развитии.

**Функциональная грамотность –
основа жизненной и профессиональной
успешности выпускников!**



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

ДОБРО ПОЖАЛОВАТЬ

В НАШ ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН!

В ассортименте магазина представлены школьные учебники, рабочие тетради, методические пособия, карты и атласы, а также широкий выбор изданий для дошкольного образования.

shop.prosv.ru



КОНТАКТНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Телефон: (495) 789-30-40

Internet: www.prosv.ru

e-mail: prosv@prosv.ru

**Семенко Екатерина Алексеевна – методист-эксперт
обособленного подразделения в ЮФО**

Тел. +7(905)438-35-42;

E-mail: ESemenko@prosv.ru

Спасибо за внимание
• Единое информационное пространство