

РОЛЬ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

О.Н.Белоус

учитель математики

МБОУ «СОШ №11»

Изобильненского городского округа СК

В Концепции развития математического образования, принятой распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р, сказано: «Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин».

Согласно Концепции математическое образование должно, с одной стороны, «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе», с другой – «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.».

Кроме того, «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Мы видим, что ученики хорошо знающие математику, как правило, успешны и в других школьных дисциплинах и в естественнонаучных, и в гуманитарных.

С развитием современных информационных технологий математические знания актуальны не только для развития науки, техники, но просто жизненно необходимы. Так как в настоящее время существенно возрастает роль общематематической подготовки в повседневной жизни, в массовых профессиях.

Математика является наиболее удобным предметом для развития творческих способностей учащихся. Этому способствует логическое построение предмета, четкая система упражнений для закрепления полученных знаний и абстрактный язык математики.

В процессе обучения математике задачи выполняют разнообразные функции. Учебные математические задачи являются очень эффективным и часто незаменимым средством усвоения учащимися понятий и методов школьного курса математики, вообще математических теорий. Велика роль задач в развитии мышления и в математическом воспитании учащихся, в формировании у них умений и навыков в практических применениях математики. Решение задач хорошо служит достижению всех тех целей, которые ставятся перед обучением математике. Именно поэтому для решения задач используется половина учебного времени уроков математики (700-800 академических часов в IV-X классах). Правильная методика обучения решению математических задач играет существенную роль в формировании высокого уровня математических знаний, умений и навыков учащихся.

Значение учебных математических задач

При обучении математике задачи имеют большое и многостороннее значение.

Образовательное значение математических задач.

Решая математическую задачу, человек познает много нового: знакомится с новой ситуацией, описанной в задаче, с применением математической теории к ее решению, познает новый метод решения или новые теоретические разделы математики, необходимые для решения задачи, и т. д. Иными словами, при решении математических задач человек приобретает математические знания, повышает свое математическое образование.

Практическое значение математических задач. При решении математических задач ученик обучается применять математические знания к практическим нуждам, готовится к практической деятельности в будущем, к решению задач, выдвигаемых практикой, повседневной жизнью. Почти во всех

конструкторских расчетах приходится решать математические задачи, исходя из запросов практики. Исследование и описание процессов и их свойств невозможно без привлечения математического аппарата, т. е. без решения математических задач. Математические задачи решаются в физике, химии, биологии, сопротивлении материалов, электро- и радиотехнике, особенно в их теоретических основах, и др.

Это означает, что при обучении математике учащимся следует предлагать задачи, связанные со смежными дисциплинами (физикой, химией, географией и др.), а также задачи с техническим и практическим, жизненным содержанием.

Значение математических задач в развитии мышления.

Решение математических задач приучает выделять посылки и заключения, данные и искомые, находить общее, и особенно в данных, сопоставлять и противопоставлять факты. При решении математических задач воспитывается правильное мышление, и прежде всего учащиеся приучаются к полноценной аргументации. Решение задачи должно быть полностью аргументированным, т. е. не допускаются незаконные обобщения, необоснованные аналогии, предъявляется требование полноты дизъюнкции (рассмотрение всех случаев данной в задаче ситуации), соблюдаются полнота и выдержанность классификации.

Воспитательное значение математических задач.

Прежде всего задача воспитывает своей фабулой, текстовым содержанием.

Правильно поставленное обучение решению математических задач воспитывает у учеников честность и правдивость, настойчивость в преодолении трудностей, уважение к труду своих товарищей. С введением в школу элементов математического анализа выявились более широкие возможности воспитания у учеников в процессе решения задач диалектико-материалистического мировоззрения.

Каждая конкретная учебная математическая задача предназначается для достижения чаще всего не одной, а нескольких педагогических, дидактических,

учебных целей. И эти цели характеризуются как содержанием задачи, так и назначением, которое придает задаче учитель. Дидактические цели, которые ставит перед той или иной задачей учитель, определяют роль задач в обучении математике. В зависимости от содержания задачи и дидактических целей ее применения из всех ролей, которые отводятся конкретной задаче, можно выделить ее ведущую роль.

Обучающую роль математические задачи выполняют при формировании у учащихся системы знаний, умений и навыков по математике и ее конкретным дисциплинам. Следует выделить несколько видов задач по их обучающей роли.

1) Задачи для усвоения математических понятий. Известно, что формирование математических понятий хорошо проходит при условии тщательной и кропотливой работы над понятиями, их определениями и свойствами. Чтобы овладеть понятием, недостаточно выучить его определение, необходимо разобраться в смысле каждого слова в определении, четко знать свойства изучаемого понятия. Такое знание достигается прежде всего при решении задач и выполнении упражнений.

2) Задачи для овладения математической символикой. Одной из целей обучения математике является овладение математическим языком и, следовательно, математической символикой. Простейшая символика вводится еще в начальной школе и в IV-V классах (знаки действий, равенства и неравенства, скобки, знаки угла и его величины, параллельности и т. д.). Правильному употреблению изучаемых символов надо обучать, раскрывая при решении задач их роль и назначение.

3) Задачи для обучения доказательствам. Обучение доказательствам - одна из важнейших целей обучения математике.

4) Задачи для формирования математических умений и навыков

5) Обучающую роль играют и задачи, предваряющие изучение новых математических фактов, концентрирующие внимание учащихся на вновь изучаемых идеях, понятиях и методах математики, задачи, с помощью которых вводятся новые понятия и методы, задачи, создающие проблемную ситуацию с

целью приобретения учащимися новых знаний. Здесь же следует рассмотреть и задачи, с помощью которых подготавливается сложное для учащихся доказательство теоремы.

Созданию проблемной ситуации для введения и изучения способов решения квадратных уравнений послужит задача, приводящая к такому уравнению.

Полезно вспомнить, что решение конкретных задач (например, о мгновенной скорости, о касательной, о плотности стержня) приводит к понятию производной, а задачи о площади криволинейной трапеции, о работе переменной силы, действующей вдоль прямой, - к понятию интеграла.

Для подготовки к изучению более или менее сложных теорем, играющих серьезную роль в курсе математики, могут быть предложены задачи, приводящие к формулировке теоремы, задачи на доказательство одного из промежуточных фактов в доказательстве теоремы и т. д.

Развитие мышления учащихся при решении математических задач.

1) Мыслительные умения, восприятие и память при решении задач.

Решение математических задач требует применения многочисленных мыслительных умений: анализировать заданную ситуацию, сопоставлять данные и искомые, решаемую задачу с решенными ранее, выявляя скрытые свойства заданной ситуации; конструировать простейшие математические модели, осуществляя мысленный эксперимент; синтезировать, отбирая полезную для решения задачи информацию, систематизируя ее; кратко и четко, в виде текста, символически, графически и т. д. оформлять свои мысли; объективно оценивать полученные при решении задачи результаты, обобщать или специализировать результаты решения задачи, исследовать особые проявления заданной ситуации. Сказанное говорит о необходимости учитывать при обучении решению математических задач современные достижения психологической науки.

Исследованиями советских психологов установлено, что уже восприятие задачи различно у различных учащихся данного класса. Способный к

математике ученик воспринимает и единичные элементы задачи, и комплексы ее взаимосвязанных элементов, и роль каждого элемента в комплексе. Средний ученик воспринимает лишь отдельные элементы задачи. Поэтому при обучении решению задач необходимо специально анализировать с учащимися связь и отношения элементов задачи. Так облегчится выбор приемов переработки условия задачи. При решении задач часто приходится обращаться к памяти. Индивидуальная память способного к математике ученика сохраняет не всю информацию, а преимущественно "обобщенные и свернутые структуры". Сохранение такой информации не загружает мозг избыточной информацией, а запоминаемую позволяет дольше хранить и легче использовать. Обучение обобщениям при решении задач развивает, таким образом, не только мышление, но и память, формирует "обобщенные ассоциации". При непосредственном решении математических задач и обучении их решению необходимо все это учитывать.

2) Обучение мышлению. Эффективность математических задач и упражнений в значительной мере зависит от степени творческой активности учеников при их решении.

Собственно, одно из основных назначений задач и упражнений и заключается в том, чтобы активизировать мыслительную деятельность учеников на уроке.

Математические задачи должны прежде всего будить мысль учеников, заставлять ее работать, развиваться, совершенствоваться. Говоря об активизации мышления учеников, нельзя забывать, что при решении математических задач учащиеся не только выполняют построения, преобразования и запоминают формулировки, но и обучаются четкому мышлению, умению рассуждать, сопоставлять и противопоставлять факты, находить в них общее и различное, делать правильные умозаключения. Практические задачи играют важную роль в современном обществе. На уроках можно предложить задачи с практическим содержанием.

Правильно организованное обучение решению задач приучает к полноценной аргументации со ссылкой в соответствующих случаях на аксиомы, введенные определения и ранее доказанные теоремы. С целью приучения к достаточно полной и точной аргументации полезно время от времени предлагать учащимся записывать решение задач в два столбца: слева - утверждения, выкладки, вычисления, справа - аргументы, т. е. предложения, подтверждающие правильность высказанных утверждений, выполняемых выкладок и вычислений.

3) Задачи, активизирующие мыслительную деятельность учащихся. Эффективность учебной деятельности по развитию мышления во многом зависит от степени творческой активности учащихся при решении математических задач. Следовательно, необходимы математические задачи и упражнения, которые бы активизировали мыслительную деятельность школьников. А. Ф. Эсаулов подразделяет задачи на следующие виды: задачи, рассчитанные на воспроизведение (при их решении опираются на память и внимание); задачи, решение которых приводит к новой, неизвестной до этого мысли, идее; творческие задачи. Активизирует и развивает мышление учащихся решение задач двух последних видов. Рассмотрим некоторые из них.

а) Задачи и упражнения, включающие элементы исследования. Простейшие исследования при решении задач следует предлагать уже с первых уроков алгебры и геометрии и даже на уроках математики в IV-V классах.

В последующих классах следует предлагать не только задачи с элементами исследований, но и задачи, включающие исследование в качестве обязательной составной части. Такие исследования необходимо включаются в решение многих геометрических задач на построение (как в планиметрии, так и в стереометрии), уравнений и неравенств (особенно тригонометрических, показательных и логарифмических с параметрами) и др. Задачи и упражнения с выполнением некоторых исследований могут найти свое место во всех разделах школьного курса математики, например - при изучении действительных чисел в IX классе.

б) Задачи на доказательство доказывают существенное влияние на развитие мышления учащихся. Именно при выполнении доказательств оттачивается логическое мышление учеников, разрабатываются логические схемы решения задач, возникает потребность учащихся в обосновании математических фактов.

в) Задачи и упражнения в отыскании ошибок также играют значительную роль в развитии математического мышления учащихся. Такие задачи приучают обращать внимание на особо тонкие места в логических рассуждениях, помогают различать во многом сходные понятия, приучают к точности суждений и математической строгости и т. д. Первые упражнения в отыскании ошибок должны быть несложными.

Психологи установили, что решение одной задачи несколькими способами приносит больше пользы, чем решение подряд нескольких стереотипных задач. Рассмотрение учеником различных вариантов решения, умение выбрать из них наиболее рациональные, простые, изящные свидетельствуют об умении ученика мыслить, рассуждать, проводить правильные умозаключения. Различные варианты решения одной задачи дают возможность ученику применять весь арсенал его математических знаний. Таким образом, рассмотрение различных вариантов решения задачи воспитывает у учащихся гибкость мышления. Поиск рационального варианта решения лишь на первых порах требует дополнительных затрат времени на решение задачи. В дальнейшем эти затраты с лихвой окупаются.

В числе первых вопросов, над которыми должен задумываться решающий задачу, должны быть следующие вопросы: возможно ли удовлетворить условию? Достаточно ли условие для определения неизвестного? или недостаточно? или чрезмерно? или противоречиво?...

Но, как правило, эти вопросы школьники игнорируют, так как задачи из учебников не требуют размышления над вопросами. С этой целью предлагаются учащимся в числе других задачи с недостаточными и избыточными данными.

Особый интерес у детей среднего возраста вызывают так называемые красивые задания на координатной плоскости. Чаще всего они формулируются так: «Постройте точки по заданным координатам, соедини их отрезками подходящим образом, и ты получишь фигуру, изображающую...» или так: «На координатной плоскости дано изображение. Найди координаты узловых точек изображенной фигуры».

Конструирование задач учениками заставляет их использовать большой объем информации, применять рассуждения, обратные применяемым при обычном решении задач. Следовательно, при составлении задачи ученик применяет логические средства, отличные от тех, с помощью которых решаются обычные задачи, открывает новые связи между математическими объектами. Это развивает их мышление. При изучении первых понятий алгебры (например, действий с рациональными числами) предлагаю учащимся составлять вычислительные упражнения, в которых бы для упрощения вычислений применялись законы действий, особенно дистрибутивный. Учащиеся должны свободно оперировать законами действий.

Очень полезны упражнения в составлении уравнений по заданным их корням, систем уравнений по данным решениям, задач по заданным уравнениям или их системам.

Среди задач школьного курса математики, особое место занимают текстовые задачи и часто дети испытывают трудности при решении данных задач. Чтобы помочь ученикам осознать то, что требуется найти в задаче и решить задачу, в работе можно применить моделирование содержания задачи с помощью графических схем.

Гарри Лорейн в своей книге “Как развить сверхмощную память” утверждает, что “...Способность запоминать может развить в себе каждый, кто попробует усвоить определенные мнемонические правила. Все сводится к формированию ассоциативных пар, связывающих понятия.... Нелепые, причудливые, изощренные и вообще далекие друг от друга образы создают самые надежные ассоциации...”

Решая задачи, ученики применяют теорию и тем самым познают ее. Изучать математику, не решая задач, совершенно бесполезно. Без решения задач нельзя усвоить теорию, как нельзя научиться плавать, ограничиваясь чтением учебников по плаванию. И ученик должен получить от этой задачи пользу, т.е. продвинуться на одну ступеньку по длинной лестнице овладения математикой. Цель не в ответе, а в процессе решения. Решая задачу, ученик приобретает новые знания и навыки, развивает в себе настойчивость.

С изменением роли и места задач в обучении обновляются и сами задачи. Если ранее требование задачи выражалось словами: "найти", "построить"; "вычислить", "доказать", то теперь - "объяснить", "выбрать из различных способов решения оптимальный", "выделить все эвристики, используемые при решении задачи", "исследовать", "спрогнозировать различные способы решения" и т.д.

Развитие мышления учащихся довольно длительный процесс огромную роль в его формировании играет систематическое обучение математике, а именно решение математических задач.

Литература

1. Алексеев В., Бородин П., Галкин В., Панферов В., Сергеев И., Тарасов В. Разные стандартные и нестандартные задачи // Математика, 2002. - №36. – С. 24-27.
2. Генкин Г.З., Глейзер Л.П. Преподавание в классе с углубленным изучением математики // Математика в школе, 1991. - №1. – С. 20-22.
3. Ефремов В.П., Ефремова Л.И. Нестандартные задачи на уроках и после // Математика, 2003. - №7. – С. 56-58.
4. Концепция развития математического образования в РФ
5. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений. – М.: Флинта, 1998. – 224 с.